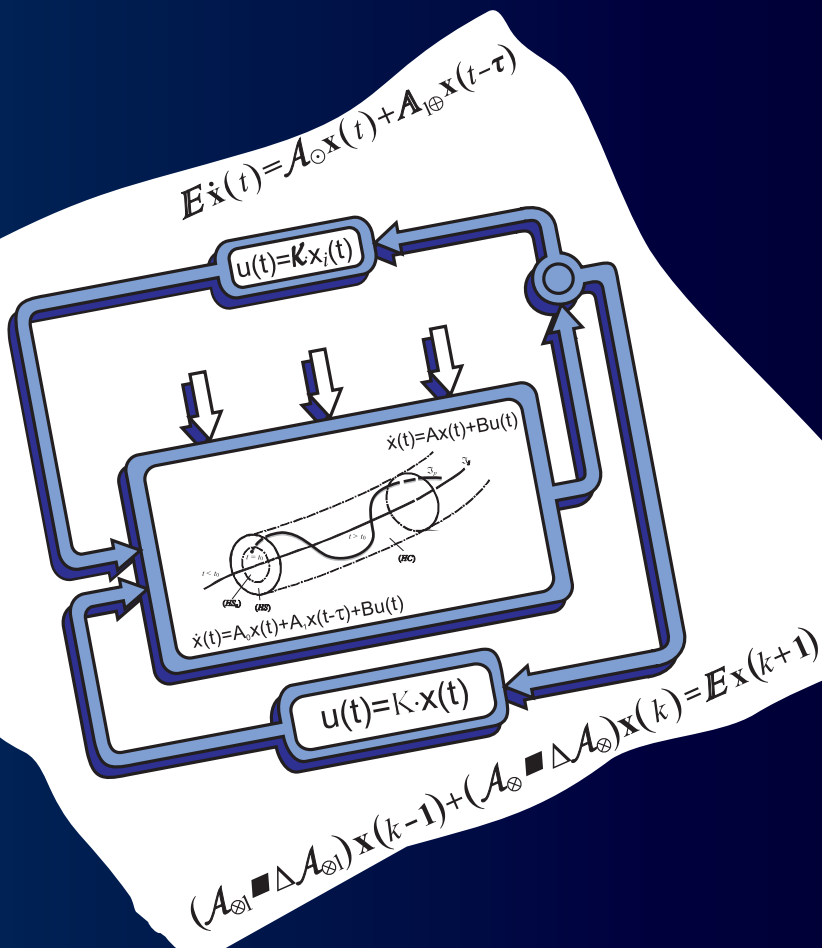


DINAMIKA POSEBNIH KLASA SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA

Dragutin Lj. Debeljković



Dr Dragutin Lj. Debeljković

**DINAMIKA
POSEBNIH KLASA
SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA**

*Mašinski fakultet
Univerziteta u Beogradu
2013*

Dr **Dragutin Lj. Debeljković**, redovni profesor
Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

**Dinamika
posebnih klasa
sistema automatskog upravljanja**

Udžbenik
I izdanje

Recenzenti

Dr Mihailo P. Lazarević, redovni profesor
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Dr Sreten B. Stojanović, vanr. prof.
Tehnološkog fakulteta u Leskovcu

Izdavač

Univerzitet u Beogradu
Mašinski fakultet Beograd
11000 Beograd, Kraljice Marije 16

Za izdavača

Dr Aleksandar Obradović, prof.

Odobreno za štampu

odlukom *Dekana* br. 254/13 od 14.11.2013.

Beograd, 2013
Tiraž: 200 primeraka

Štampa PLANETA print

ISBN 978 – 86 – 7083 – 807 - 9

*Preštampavanje, umnožavanje, fotokopiranje
ili reprodukcija cele knjige ili nekih njenih delova nije dozvoljena*

Dr Dragutin Lj. Debeljković

**DINAMIKA
POSEBNIH KLASA
SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA**

**Mašinski fakultet
Univerziteta u Beogradu
2013**

**DINAMIKA
POSEBNIH KLASA SISTEMA
AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA**

Predgovor

Linearni sistemi su oduvek privlačili pažnju naučne i stručne javnosti i taj interes postoji i dan danas i zaokuplja sve tehničke discipline podržan snažnim matematičkim aparatom osnovanim na odabranim poglavljima linearne algebre, operatorskog računa i teorije diferencijalnih jednačina, sa i bez pomerenog argumenta, što im neosporno daje veliki značaj, pa je samim tim prirodno da se još jednom nađu u stvarnoj žiži interesovanja a sa nekih drugih aspekta njihovog dinamičkog delovanja i ponašanja.

Već više od dve pune decenije *singularni* (deskriptivni) sistemi privlače pažnju naučne i stručne javnosti širom sveta.

Njihovo prisustvo u svim granama tehnike i u pojedinim oblastima društvenih nauka više je nego evidentno, što obavezuje da im se sa svih mogućih aspekata proučavanja posveti dužna pažnja.

U matematičkom smislu ovi sistemi su predstavljeni kombinacijom diferencijalnih (diferencnih) i algebarskih jednačina, pri čemu ove druge predstavljaju ograničenje koje treba zadovoljiti pri rešavanju onih prvih.

Već više od pola veka *sistemi sa kašnjenjem* privlače pažnju naučne i stručne javnosti širom sveta.

Njihovo prisustvo u svim granama nauke i tehnike više je nego evidentno i u tom smislu brojni naučni radovi i obimna publicistička delatnost u punoj meri su iskazali interes koji je za njih bio pokazan.

U matematičkom smislu, ova klasa sistema opisana je običnim diferencijalnim (diferencnim) jednačinama sa pomerenim argumentom, što uslovljava čitav niz dodatnih poteškoća pri njihovom rešavanju.

S druge strane, u prvom slučaju, kao sistemi beskonačne dimenzije, njihovo proučavanje u kompleksnom domenu uslovljeno je suočavanjem sa transcendentnim prenosnim funkcijama, što u izvesnim slučajevima zahteva radikalnu preformulaciju postojećih kriterijuma i metoda razvijenih za obične linearne sisteme, a ponekada i formiranje sasvim novih prilaza i postupaka za razrešavanje postavljenih zadataka kako klasične, tako i moderne teorije automatskog upravljanja.

U tom smislu dosta prostora bilo je posvećeno izučavanju osobina tzv. singularnih sistema i sistema sa čistim vremenskim kašnjenjem kao i njihovim diskretnim analoganima.

Valja istaći da postoji veliki broj sistema automatskog upravljanja u kojima je izražen istovremeni fenomen čisto vremenskog kašnjenja i evidentna singularnost tako da ova klasa sistema poznata pod imenom *Singularni (deskriptivni) sistemi sa kašnjenjem* zaslužuje posebnu pažnju imajući u vidu da nedvosmisleno objedinjuje ranije ukazane specifičnosti pojedinačnih klasa, ovde, opisanih sistema.

Ovi sistemi imaju mnoge specifične karakteristike.

Ako želimo da ih rigurozno opišemo, da ih projektujemo sa zavidnim stepenom tačnosti ili da kvalitetno upravljamo njima, moramo tada da poklonimo veoma veliku pažnju dubokoj spoznaji njihovih suštinskih osobina i posebnosti koje ih u, velikoj meri, razlikuju od drugih klasa sistema.

U matematičkom smislu ova klasa sistema automatskog upravljanja predstavljena je kuplovanim singularnim sistemom diferencijalnih (diferencnih) jednačina sa pomerenim argumentom, kojima je pridružen sistem odgovarajućih algebarskih jednačina koje u opštem slučaju mogu biti, takođe, sa pomerenim argumentom ili bez njega.

U prvom delu ovog udžbenika težište interesovanja bilo je usmereno ka izučavanju bazičnih osobina pomenutih klasa sistema automatskog upravljanja.

Kao i uvek, u žiži interesovanja sa stanovišta dinamike ovde izučavanih klasa sistema, bila su pitanja njihove stabilnosti u klasičnom (*lјapunovskom*) smislu, ali i sa stanovišta jednog drugog koncepta, tzv. *theničke stabilnosti sistema*, koja se u savremenoj literaturi susreće pod nazivom *stabilnost na konačnom vremenskom intervalu*.

U savremenoj teoriji upravljanja sistemima predloženi su i koriste se različiti koncepti stabilnosti, kao na primer: *lјapunovska*, *nelјapunovska* i *tehnička stabilnost*, stabilnost tipa “ograničeni ulaz - ograničeni izlaz”, *krajnja stabilnost*, itd., od kojih se, u prvom redu očekuje da odgovore na mnoga suštinska pitanja o osobinama kretanja sistema.

U tom smislu, u standardnom kontekstu ovih razmatranja, uvažavajući usvojene klase razmatranih sistema, uobičajeno se prvo razjašnjavaju pitanja vezana za definiciju, postojanje, jedinstvenost i stabilnost ravnotežnog stanja sistema, a zatim se, shodno predloženim konceptima, daju definicije i odgovarajući uslovi stabilnosti.

Na taj način, dolazi se do potrebne platforme i pozicija sa kojih je moguće efikasno analizirati dinamičko ponašanje razmatranog sistema sa željenog aspekta.

Jasno je da se, korišćenjem odgovarajućih kriterijuma, mogu dobiti odgovori po pitanju stabilnosti razmatranih sistema i bez rešavanja njihovih diferencijalnih jednačina kretanja, čime se postiže pun analitički efekat.

Ovde izložena materija, u potpunosti, sledi nastavni program predmeta *Dinamika posebnih klasa sistema automatskog upravljanja*, koji se kao izborni predmet sluša u IX semestru i namenjena je, prvenstveno studentima odseka za *automatsko upravljanje* Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Ovaj udžbenik će, sigurno, po svom sadržaju zainteresovati i stručnjake specijalizovane za naučno – istraživački rad, pa će autor biti zahvalni na svim sugestijama u pogledu obima i načina prezentovanja izložene materije i jasno eventualnog poboljšanja kvaliteta njenog sadržaja.

Dr Mihailu P. Lazareviću, redovnom profesoru Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu i Dr Sretenu B. Stojanoviću, vanrednom profesoru Tehnološkog fakulteta Univerziteta u Nišu zahvalan sam na korisnim sugestijama i trudu oko recenzije.

Beograd, **decembar** 2013. god.

A u t o r

SADRŽAJ

OSOBI NE I SPECIFI ČNOSTI KLASA RAZMATRANIH SISTEMA

I KONTINUALNI SINGULARNI SISTEMI	1
1. UVODNA RAZMATRANJA	1
2. NASTANAK I KRAĆI PREGLED REZULTATA POSTIGNUTIH NA POLJU PROUČAVANJA SINGULARNIH SISTEMA	4
3. PRIRODA I OSOBENOSTI LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA	5
4. KLASIFIKACIJA I PODELA SINGULARNIH SISTEMA	6
5. DINAMIČKO PONAŠANJE SINGULARNIH SISTEMA	8
6. PRIMERI I RAZLOZI POJAVLJIVANJA SINGULARNIH SISTEMA	8

7. REŠLJIVOST LINEARNOG SINGULARNOG SISTEMA DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA SA KONSTANTNIM KOEFICIJENTIMA	10
8. KONZISTENTNI POČETNI USLOVI	17
9. PRENOSNA FUNKCIJA I IMPULSNO PONAŠANJE SINGULARNOG SISTEMA	20
9.1 Prenosna funkcija	20
9.2 Impulsno ponašanje	22
10. KANONIČKE FORME LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA	30
10.1 Upravljiva kanonička forma	30
10.2 Osmotriva kanonička forma	31
10.3 SVD kanonička forma	31
10.4 Normalna kanonička forma	32
10.5 Standardna kanonička forma	33
10.6 Vajerštrasova kanonička forma	34
10.7 Posebna standardna kanonička forma	34
10.8 Posebna upravljiva kanonička forma	35
10.9 Core – Nilpotent forma	36
10.10 Godbout – Jordanova kanonička forma	37
10.11 Christodoulou – Mertzios – ova kanonička forma	52
10.12 Tan – Vandewalle – ova kanonička forma	55
11. ODREĐIVANJE REŠENJA SINGULARNOG SISTEMA DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA I KRETANJE SINGULARNOG SISTEMA U PROSTORU STANJA	68
11.1 Prilaz sa pozicije primene Drazinove inverzije	68
11.2 Prilaz sa pozicija primene kanoničkih formi	71
11.3 Prilaz sa pozicija primene Moore – Penrosove inverzije	74
12. STABILNOST I USKLADIVANJE SINGULARNIH SISTEMA	82
12.1 Podešavanje strukture sistema	85

13. MATRICA	
PRENOSNIH FUNKCIJA	
LINEARNOG KONTINUALNOG SINGULARNOG SISTEMA	86
13.1 Metoda Paraskevopoulos – Christodoulou – Boglu	86
13.2 Metoda Mertzios	86
13.3 Metoda Mertzios – Syrmos	89
14. PRIMENA ORTOGONALNIH FUNKCIJA	
U DINAMIČKOJ ANALIZI SINGULARNIH SISTEMA	93
14.1 Određivanje kretanja linearnog singularnog sistema u prostoru stanja – uvodna razmatranja	93
14.2 Određivanje kretanja primenom Walshovih funkcija i Kroneckerovog proizvoda	95
14.3 Određivanje kretanja primenom block – pulse funkcija	99
14.4 Određivanje kretanja primenom jednočlanih Walshovih funkcija	101
15. KLASIČNI	
KONCEPTI UPRAVLJIVOSTI	
LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA	104
15.1 Prilaz Pandolfi – ja	104
15.2 Prilaz Yip – a, Sincovec – a	116
15.3 Prilaz Dai – a	122
16. IMPULSNA UPRAVLJIVOST	
LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA	134
16.1 Definicije i leme	138
17. OSMOTRIVOST SINGULARNIH SISTEMA	143
17.1 Neimpulsni sistemi, impulsna upravljivost i osmotrivost	144
17.2 Glavni rezultati	152
18. LITERATURA	155

II DISKRETNİ DESKRIPTIVNI SISTEMI	163
19. UVODNA RAZMATRANJA	163
20. REŠLJIVOST LINEARNIH SINGULARNIH DIFERENCNIH JEDNAČINA SA KONSTANTNIM KOEFICIJENTIMA	165
21. KONZISTENTNI POČETNI USLOVI DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA	170
22. KANONIČKE FORME LINEARNIH DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA	174
23. ODREĐIVANJE REŠENJA SINGULARNOG SISTEMA DIFERENCNIH JEDNAČINA I KRETANJE DESKRIPTIVNOG SISTEMA U PROSTORU STANJA	181
23.1 Slobodni radni režim	181
23.2 Prinudni radni režim	183
23.3 Prilaz sa pozicija kanoničkih formi	185
24. MATRICA PRENOSNIH FUNKCIJA DISKRETNOG DESKRIPTIVNOG SISTEMA	187
25. FUNDAMENTALNA MATRICA DISKRETNOG DESKRIPTIVNOG SISTEMA	191
26. REALIZACIJA DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA	197
26.1 Realizacija diskretnih deskriptivnih sistema pomoću parametara Markova	197
26.1.1 Formulacija problema	198
26.1.2 Algoritam minimalne realizacije	201
26.2 Realizacija diskretnih deskriptivnih sistema pomoću parametara i momenata Markova	203
26.2.1 Formulacija problema	204

27. UPRAVLJIVOST,	
<i>S</i> – UPRAVLJIVOST I Υ – UPRAVLJIVOST	
DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA	209
27.1 Uvodna razmatranja	209
27.2 Konačne vremenski diskretne serije	209
27.3 Upravlјivost diskretnih deskriptivnih sistema	212
27.4 <i>S</i> – upravlјivost diskretnih deskriptivnih sistema	214
27.5 Υ – upravlјivost diskretnih deskriptivnih sistema	215
28. LITERATURA	216

III VREMENSKI

KONTINUALNI SISTEMI

SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM

29. OPŠTA RAZMATRANJA	221
29.1 Priroda i osobenosti fenomena kašnjenja u prenosu signala u fizičkim procesima	222
29.2 Klasifikacija kontinualnih sistema sa kašnjenjem	223
29.3 Mogućnosti rešavanja diferencijalnih jednačina sa pomerenim argumentom	225
29.4 Mogućnost analize kontinualnih sistema sa kašnjenjem	228
29.4.1 Uvod	228
30. UPRAVLJIVOST SISTEMA SA KAŠNENJEM	238
30.1 Uvodna razmatranja	238
30.2 Upravlјivost sistema sa kašnjenjem	238
30.3 Upravlјivost linearnih sistema sa konstantnim vremenskim kašnjenjem i u stanju i u upravljanju	240
30.4 Upravlјivost i apsolutna upravlјivost linearnih sistema sa konstantnim vremenskim kašnjenjem u upravljanju	243
30.5 Upravlјivost i apsolutna upravlјivost linearnih sistema sa konstantnim vremenskim kašnjenjem u stanju sistema	248

31. OSMOTRIVOST SISTEMA SA KAŠNENJEM	251
32. LITERATURA	253
IV VREMENSKI DISKRETNII SISTEMI SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	255
33. OPŠTA RAZMATRANJA	255
33.1 Priroda i osobnosti fenomena kašnjenja u prenosu signala u fizičkim procesima	256
33.2 Klasifikacija diskretnih sistema sa kašnjenjem	257
33.3 Mogućnosti rešavanja diferencnih jednačina sa pomerenim argumentom	257
33.4 Mogućnost analize diskretnih sistema sa kašnjenjem	262
33.5 Metode analize diskretnih sistema sa kašnjenjem	270
33.5.1 Odziv diskretnih sistema u vremenskom domenu	270
33.5.2 Kretanje diskretnih sistema sa kašnjenjem u prostoru stanja	271
34. LITERATURA	274
V VREMENSKI KONTINUALNI SINGULARNI SISTEMI SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	275
35. UVODNA RAZMATRANJA	275
36. NEKA OPŠTA PITANJA DINAMIKE SINGULARNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	277
36.1 Kanoničke forme	277
36.2 Opšta rešenja sistema singularnih diferencijalnih jednačina sa čistim vremenskim kašnjenjem	278
36.2.1 Prilaz Campbell	278
36.2.2 Prilaz Wei	284
Literatura	288

VI VREMENSKI

DISKRETNI DESKRIPTIVNI SISTEMI

SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM 289

37. UVODNA RAZMATRANJA 289

38. FIZIČKA OSTVARLJIVOST 291

Literatura 292

NEKA PITANJA OPŠTE TEORIJE STABILNOSTI SISTEMA

VII OPŠTA RAZMATRANJA 293

39. SAVREMENI KONCEPTI

U TEORIJI UPRAVLJANJA

I STABILNOSTI SISTEMA 293

39.1 Uvodna razmatranja 293

39.2 O stabilnosti sistema 294

39.3 Pregled nekih bazičnih konceptata stabilnosti sistema 298

39.3.1 Neka opšta pitanja teorije stabilnosti sistema u smislu Ljapunova 299

39.3.2 Neka opšta pitanja teorije praktične stabilnosti i stabilnosti na konačnom vremenskom intervalu 300

39.3.3 Još neka značajna pitanja Ljapunovske teorije stabilnosti 303

39.3.4 Kraće podsećanje na neke Definicije i Teoreme vezane za izučavanje Ljapunovske stabilnosti sistema 306

39.3.5 Kraće podsećanje na neke Definicije i Teoreme vezane za izučavanje stabilnosti tipa "Ograničeni ulaz – ograničeni izlaz" 308

39.3.6 Kraće podsećanje na neke Definicije i Teoreme vezane za izučavanje tehničke stabilnosti 310

Literatura 312

40. NEOPHODNA TUMAČENJA I DEFINICIJE	313
40.1 O definicijama stabilnosti	313
Literatura	342

**VIII STABILNOST KONTINUALNIH
SINGULARNIH LINEARNIH SISTEMA** 343

41. STABILNOST U SMISLU LJAPUNOVA LINEARNIH KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA	343
41.1 Uvod	343
41.2 Osnovni rezultati	344
Literatura	354

42. STABILNOST NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU KONTINUALNIH SINGULARNIH LINEARNIH SISTEMA	357
42.1 Uvod	357
42.2 Neophodna razmatranja	357
42.3 Bazične definicije	358
42.4 Osnovni rezultat	358
Literatura	361

**IX STABILNOST DISKRETNIH
DESKRIPTIVNIH LINEARNIH SISTEMA** 363

43. STABILNOST U SMISLU LJAPUNOVA LINEARNIH DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA	363
43.1 Uvod	363
43.2 Neophodna razmatranja	364
Literatura	371

44. STABILNOST NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA	373
44.1 Uvod	373
44.2 Neophodna razmatranja	373
44.3 Osnovni rezultati	375
Literatura	377

X STABILNOST

KONTINUALNIH SISTEMA

SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	379
---	------------

45. STABILNOST U SMISLU LJAPUNOVA LINEARNIH KONTINUALNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	379
45.1 Uvod	379
45.1.1 Preliminarna razmatranja	379
45.1.2 Ravnotežno stanje i njegove osnovne osobine	380
45.1.3 Osobine stabilnosti linearnih sistema sa kašnjenjem	381
45.1.4 Uslovi stabilnosti linearnih sistema sa kašnjenjem	381
45.2 Neki osnovni rezultati	382
Literatura	389

46. STABILNOST NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU KONTINUALNIH LINEARNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	391
46.1 Uvod	391
46.2 Neophodna razmatranja	392
46.3 Osnovni rezultati	396
Literatura	401

XI STABILNOST

DISKRETNIH LINEARNIH SISTEMA

SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM 403

47. STABILNOST

U SMISLU LJAPUNOVA DISKRETNIH

SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM 403

47.1 Uvodna razmatranja 403

47.2 Oznake i preliminarna razmatranja 404

47.3 Glavni rezultati 405

Literatura 409

48. STABILNOST NA

KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU

LINEARNIH VREMENSKI DISKRETNIH

SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIMKAŠNJENJEM 411

48.1 Uvod 411

48.2 Neophodna razmatranja 412

48.3 Osnovni rezultati 413

Literatura 416

XII DODACI 417

DODATAK A – Oznake 417

DODATAK B – Izvodi iz linearne algebre 423

Literatura 432

DODATAK C – Drazinova i Moore – Penrose – ova

inverzija matrica 433

Literatura 443

DODATAK D – Ekvivalentnost singularnih sistema 445

Literatura 446

DODATAK E – Neki izvodi iz teorije funkcija 447

Literatura 448