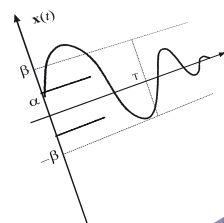
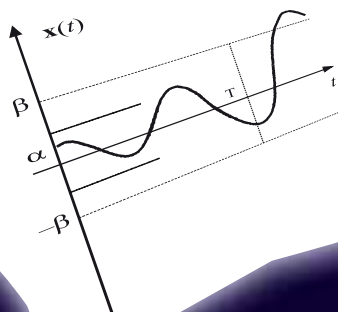
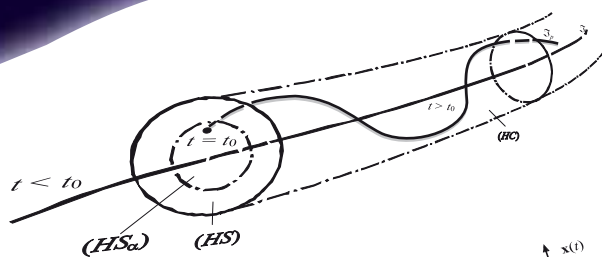


STABILNOST SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA NA KONAČNOM I BESKONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU

Dragutin Lj. Debeljković



Dr Dragutin Lj. Debeljković

**STABILNOST
SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA
NA KONAČNOM I BESKONAČNOM
VREMENSKOM INTERVALU**

*Mašinski fakultet
Univerziteta u Beogradu*
2011

Dr *Dragutin* Lj. **Debeljković**, redovni profesor
Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

**Stabilnost
sistema automatskog upravljanja
na konačnom i beskonačnom vremenskom intervalu**

Monografija

I izdanje

Recenzenti

Dr Svetislav **Zarić**, redovni profesor
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Dr Mihailo P. **Lazarević**, redovni profesor
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Izdavač

Univerzitet u Beogradu
Mašinski fakultet Beograd
11000 Beograd 35, Kraljice Marije 16

Za izdavača: Dekan

Glavni i odgovorni urednik
Dr Aleksandar Obradović, prof.

Odobreno za štampu
odlukom *Dekana* br. 21/11 od 02.02.2011.

Beograd, 2011
Tiraž: 200 primeraka

Štampa: PLANETA print
ISBN 978 – 86 – 7083 – 729 – 4

*Preštampavanje, umnožavanje, fotokopiranje
ili reprodukcija cele knjige ili nekih njenih delova nije dozvoljena*

Dr Dragutin Lj. Debeljković

*STABILNOST
SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA
NA KONAČNOM I BESKONAČNOM
VREMENSKOM INTERVALU*

**Mašinski fakultet
Univerziteta u Beogradu**

2011

Zahvalnost

*Izdanje ove
naučne monografije
finansijski je pomoglo*

**Ministarstvo za nauku
i prosvetu Republike Srbije**

na čemu je Ministarstvu autor duboko zahvalan

Predgovor

Linearni sistemi su oduvek privlačili pažnju naučne i stručne javnosti i taj interes postoji i dan danas i zaokuplja sve tehničke discipline podržan snažnim matematičkim aparatom osnovanim na odabranim poglavljima linearne algebre, operatorskog računa i teorije diferencijalnih jednačina, sa i bez pomenog argumenta, što im neosporno daje veliki značaj, pa je samim tim prirodno da se još jednom nađu u stvarnoj žiži interesovanja a sa nekih drugih aspekta njihovog dinamičkog delovanja i ponašanja.

U savremenoj teoriji upravljanja sistemima predloženi su i koriste se različiti koncepti stabilnosti, kao na primer: ljapunovska, neljapunovska i tehnička stabilnost, stabilnost tipa "ograničeni ulaz - ograničeni izlaz", krajnja stabilnost, itd., od kojih se, u prvom redu očekuje da odgovore na mnoga suštinska pitanja o osobinama kretanja sistema.

U tom smislu, u standardnom kontekstu ovih razmatranja, uvažavajući usvojenu klasu sistema, uobičajeno se prvo razjašnjavaju pitanja vezana za definiciju, postojanje, jedinstvenost i stabilnost ravnotežnog stanja sistema, a zatim se, shodno predloženom konceptu, daju definicije i odgovarajući uslov stabilnosti.

Na taj način, dolazi se do potrebne platforme i pozicija sa kojih je moguće efikasno analizirati dinamičko ponašanje razmatranog sistema sa željenog aspekta.

Jasno je da se, korišćenjem odgovarajućih kriterijuma, mogu dobiti odgovori po pitanju stabilnosti razmatranih sistema i bez rešavanja njihovih diferencijalnih jednačina kretanja, čime se postiže pun analitički efekat.

Ova monografija je prvenstveno nastala kao plod tridesetogodišnjeg bavljenja autora problematikom ljapunovske i neljapunovske stabilnosti i predstavlja prirodan nastavak proširenja ovih koncepata na pojedine klase sistema automatskog upravljanja.

U tom smislu ova monografija prezentuje sve dosadašnje rezultate autora, jasno kao i radove koji imaju koautorski karakter.

*Neosporna je i činjenica da se jedan deo ove monografije temelji i na ostvarenim rezultatima **Dr Sretena B. Stojanovića**, docenta, dipl. inž. elek. koji, u velikoj meri, predstavljaju izvode iz njegove doktorske disertacije i/ili zajedničkih radova sa prvopotpisanim autorom.*

Autor je duboko zahvalan rezententima Dr Svetislavu Zariću i Dr Mihailu P. Lazareviću, redovnim profesorima Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu na korisnim konstruktivnim sugestijama, stalnom bodrenju u nastojanjima da se da više i bolje i konstruktivnim, kritičkim i inspirativnim savetima, kao i trudu oko recenzija.

A u t o r

Beograd, juni 2011. god.

Nekoliko reči na početku

Linearni sistemi su oduvek privlačili pažnju naučne i stručne javnosti i taj interes postoji i dan danas i zaokuplja sve tehničke discipline podržan snažnim matematičkim aparatom osnovanim na odabranim poglavljima linearne algebre, operatorskog računa i teorije diferencijalnih jednačina, sa i bez pomenog argumenta, što im neosporno daje veliki značaj, pa je samim tim prirodno da se još jednom nađu u stvarnoj žiži interesovanja a sa nekih drugih aspekta njihovog dinamičkog delovanja i ponašanja.

U savremenoj teoriji upravljanja sistemima predloženi su i koriste se različiti koncepti stabilnosti, kao na primer: Ljapunovska, neljapunovska i tehnička stabilnost, stabilnost tipa “ograničeni ulaz - ograničeni izlaz”, krajnja stabilnost, itd., od kojih se, u prvom redu očekuje da odgovore na mnoga suštinska pitanja o osobinama kretanja sistema.

U tom smislu, u standardnom kontekstu ovih razmatranja, uvažavajući usvojenu klasu sistema, uobičajeno se prvo razjašnjavaju pitanja vezana za definiciju, postojanje, jedinstvenost i stabilnost ravnotežnog stanja sistema, a zatim se, shodno predloženom konceptu, daju definicije i odgovarajući uslovi stabilnosti.

Na taj način, dolazi se do potrebne platforme i pozicija sa kojih je moguće efikasno analizirati dinamičko ponašanje razmatranih sistema sa željenog aspekta.

Jasno je da se, korišćenjem odgovarajućih kriterijuma, a što jeste i krajnji cilj, mogu dobiti odgovori po pitanju stabilnosti razmatranih sistema i bez rešavanja njihovih diferencijalnih jednačina kretanja, čime se postiže pun efekat.

Duboko insprisan kulturnim radovima profesora Dr *Ljubomira T. Grujića*, autor ove monografije, prvo u svojoj doktorskoj disertaciji a zatim kroz brojne radove saopštene na međunarodnim konferencijama najvišeg ranga i/ili objavljene u renomiranim internacionalnim časopisima proširuje koncept praktične stabilnosti i stabilnosti na konačnom vremenskom intervalu na posebne klase običnih linearnih vremenski diskretnih sistema, zatim na vremenski kontinualne *singularne* (1985), odnosno vremenski diskretne *deskriptivne* sisteme automatskog upravljanja (1986) kao i na vremenski *kontinualne* a i *diskretne* sisteme sa čistim vremenskim *kašnjenjem* (1997, 2003), sledstveno.

Nešto kasnije (2004), vidan i pionirski trag, ostavljen je u primenama pomenutih koncepata stabilnosti na posebne klase vremenski kontinualnih *singularnih* i vremenski diskretnih *deskriptivnih* sistema sa čistim vremenskim kašnjenjem.

Nedavno (2011) je uveden i novi koncept tzv. *atraktivne praktične stabilnosti*, date odgovarajuće *Definicije* i formulisane i dokazane odgovarajuće *Teoreme za neke od ovde pomenutih klasa sistema*. koji je našao vidno interesovanje naučne i stručne javnosti iz ove oblasti.

Imajući u vidu navedene klase sistema, može se sa sigurnošću reći, da ti rezultati predstavljaju i prve, takve vrste, u svetu.

Ova monografija je prvenstveno nastala kao plod tridesetogodišnjeg bavljenja autora problematikom stabilnosti u smislu Ljapunova kao i esencijalno neljapunovskom stabilnosti i predstavlja prirodan nastavak proširenja ovih koncepata na pojedine klase sistema automatskog upravljanja.

U tom smislu ova monografija nastavlja započetu ediciju monografija čija je tematika bila vezana i okrenuta isključivo na pomenute klase sistema i koncepte stabilnosti koji predstavljaju permanentno interesovanje autora.

Pomenimo samo: **Stabilnost Sistema Automatskog Upravljanja na Konačnom vremenskom intervalu** (2009), **Linearni Singularni Sistemi sa Čistim Vremenskim Kašnjenjem** - Stabilnost, Robusnost, Stabilizacija, Robusna Stabilizacija (2010) i **Stabilnost Posebnih Klasa Linearnih Sistema Automatskog upravljanja na Konačnom i Beskonačnom Vremenskom Intervalu** (2010)¹

Mimo toga, značajni doprinosi ove monografije nastali su i kao rezultat dugogodišnje intenzivne saradnje autora sa uvažanim profesorom Dr *David H. Owens* – om, University of Sheffield na problemima ljapunovske i neljapunovske stabilnosti.

Autoru je zadovoljstvo istaći i nespornu činjenicu da je veliku pomoć na proširivanju koncepta neljapunovske stabilnosti na različite klase sistema sa kašnjenjem imao u nekolicini svojih studenata, posebno u gospodinu Dr *Zoranu Nenadiću*, dipl. inž. maš., koji su u svojim diplomskim radovima samostalno osmislili i razrešili nekoliko idejno predočenih problema, čime su dali značajan doprinos kompletiranju i konačnom uobličavanju do sada postojećih rezultata iz ove oblasti naučnog istraživanja.

Okosnoca ove monografije počiva na savremenoj teoriji upravljanja i postavlja i razrešava niz veoma složenih pitanja ljapunovske i neljapunovske stabilnosti, posebnih klasa, sistema automatskog upravljanja.

U tom smislu izloženi su samo originalni radovi autora i ne tako mali broj istih koautorskog tipa, što se lako može videti u spisku citiranih referenci iz ove uvek aktuelne i atraktivne i više nego provokativne oblasti savremene teorije upravljanja i stabilnosti.

Monografija podržava aktuelne trendove u ovaj oblasti i predstavlja uobličćen, rafiniran, selektivan i prilagođen tekst iz radova objavljenih u prestižnim međunarodnim časopisima i/ili saopštenih, kako rekosmo, na značajnim međunarodnim konferencijama, tipa *IFAC*, *CDC*, *ACC*, *IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, itd.

¹ *Koautori*: Dr S. B. *Stojanović*, docent i Mr N. J. *Dimitrijević*, dipl. inž. maš.

Već duži niz godina postoji nasušna potreba, da se na ovdašnjim i sadašnjim naučnim, akademskim i istraživačkim prostorima, pojavi jedno ovakvo štivo koje bi zainteresovanim čitaocima pružila dovoljno početnih znanja i ohrabrenja da se bez straha i bojazni mogu upustiti u dalju spoznaju ove veoma složene problematike a što je i bila glavna preokupacija autora, bez ikakvih pretenzija da se, u ovom trenutku, ponudi i nešto više.

Ovde izneti rezultati porivaju doprinose autora na ovom polju istraživanja samo do kraja 2010. godine.

Ova i naredna naučna monografija ima za cilj da prikaže isključivo sve radove autora na polju izučavanja ljarunovske i neljarunovske stabilnosti sledećih klasa sistema:

1. *Obični sistemi* (kontinualni i diskretni).
2. *Kontinualni Singularni i Diskretni Deskriptivni sistemi*.
3. *Kontinualni i Diskretni sistemi sa Čistim Vremenskim Kašnjenjem*.
4. *Kontinualni Singularni i Diskretni Deskriptivni sistemi sa Čistim Vremenskim Kašnjenjem*².

Posebna klasa sistema opisana diferencijlnim jednačinama koji sadrže necelobrojne izvode a pokriva i sisteme sa kašnjenjem, pa i singularne planira se za kraj 2011. godine³.

U nekoliko narednih stranica dat je slikovito prikaz koncepta izlaganja ove materije kroz monografiju a sve sa ciljem da se zainteresovani čitalac lakše snađe u obilju materijala i neminovnom ponavljanju konceptata stabilnosti na različite klase sisteme.

Jasno, da se isti uvid može dobiti i iz Sadržaja, ali autor je mišljenja da ovakav prikaz ne dovodi nikoga u sumnju kako je štivo koncipirano i raspoređeno i kako je najlakše može doći do teksta koji predstavlja suštinsko interesovanje čitaoca.

Autor

² Biće predmet razmatranja u narednoj monografiji.

³ Koautorstvo sa Dr M. P. Lazarevićem, profesorom.

SADRŽAJ

I NEKA OPŠTA PITANJA TEORIJE STABILNOSTI SISTEMA	1
1. LJAPUNOVSKA, NELJAPUNOVSKA I TEHNIČKA STABILNOST SISTEMA	1
1.1 Uvodna razmatranja	1
1.2 O stabilnosti sistema	2
1.3 Pregled osnovnih koncepata stabilnosti sistema	6
1.3.1 Stabilnost sistema u smislu Ljapunova	7
1.3.2 Praktična stabilnost i stabilnost na konačnom vremenskom intervalu	8
1.3.3 Stabilnost tipa “Ograničeni ulaz-ograničeni izlaz”	11
1.3.4 Tehnička stabilnost	12
Literatura	14

II STABILNOST VREMENSKI KONTINUALNIH LINEARNIH SISTEMA	17
2. LJAPUNOVSKA STABILNOST KONTINUALNIH LINEARNIH SISTEMA	17
2.1 Još neka značajna pitanja opšte teorije Ljapunovske stabilnosti	17
2.2 Bliže određenje Ljapunovske stabilnosti	20
Literatura	22
3. NELJAPUNOVSKA STABILNOST KONTINUALNIH LINEARNIH SISTEMA	23
3.1 Opšti metodološki pristup u teoriji neljapunovske stabilnosti	23
3.1.1 Selektivni i hronološki pregled do sada postignutih rezultata na polju izučavanja neljapunovske stabilnosti kontinualnih nelinearnih i linearnih sistema	23
3.2 Kratka rekapitulacija nekih osnovnih rezultata	24
3.2.1 Klase razmatranih sistema; bazične Definicije i Teoreme	24
3.3 Osnove ideje i prilazi u konceptu praktične stabilnosti i stabilnosti na konačnom vremenskom intervalu	33
3.1.4 Glavni rezultati	35
Literatura	36
III STABILNOST VREMENSKI DISKRETNIH LINEARNIH SISTEMA	39
4. LJAPUNOVSKA STABILNOST DISKRETNIH LINEARNIH SISTEMA	39
4.1 Definicija stabilnosti	39
4.2 Uslovi stabilnosti linearnog diskretnog sistema	41
Literatura	42
5. NELJAPUNOVSKA STABILNOST DISKRETNIH LINEARNIH SISTEMA	43

5.1 Selektivni i hronološki pregled do sada postignutih rezultata na polju izučavanja neljapunovske stabilnosti diskretnih sistema	43
5.2 Teorijske osnove praktične stabilnosti i stabilnosti na konačnom vremenskom intervalu	45
5.3 Glavni rezultati	51
5.3.1 Opšte teoreme praktične stabilnosti sa vremenom smirenja diskretnih sistema	51
Literatura	56
5.2.2 Primena opštih teorema praktične stabilnosti sa vremenom smirenja na posebne klase vremenski diskretnih sistema	57
Literatura	69
IV STABILNOST KONTINUALNIH SINGULARNIH LINEARNIH SISTEMA	71
6. LJAPUNOVSKA STABILNOST KONTINUALNIH SINGULARNIH LINEARNIH SISTEMA	71
6.1 Uvod	71
6.2 Selektivni i hronološki pregled do sada postignutih rezultata na polju izučavanja ljapunovske stabilnosti kontinualnih singularnih linearnih sistema	72
6.3 Glavni rezultati	73
Literatura	89
7. NELJAPUNOVSKA STABILNOST KONTINUALNIH SINGULARNIH LINEARNIH SISTEMA	91
7.1 Uvod	91
7.2 Selektivni i hronološki pregled do sada postignutih rezultata na polju izučavanja neljapunovske stabilnosti kontinualnih singularnih linearnih sistema	91
7.3 Uvodna razmatranja; bazične Definicije i Teoreme	94
7.4 Praktična stabilnost	95
7.4.1 Domen praktične stabilnosti	99

7. 5 Stabilnost na konačnom vremenskom intervalu	105
Literatura	114

**V STABILNOST DISKRETNIH
DESKRIPTIVNIH LINEARNIH SISTEMA** 121

**8. LJAPUNOVSKA STABILNOST
DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA** 121

8.1 Uvod

8.2 Pregled rezultata na polju izučavanja
Ljapunovske stabilnosti singularnih sistema

8.3 Glavni rezultati

Literatura

**9. STABILNOST DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA
NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU** 139

9.1 Uvod

9.2 Pregled rezultata na polju izučavanja
stabilnosti diskretnih deskriptivnih
sistema na konačnom vremenskom intervalu

9.3 Glavni rezultati

Literatura

**VI STABILNOST
KONTINUALNIH LINEARNIH SISTEMA
SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM** 161

**10. LJAPUNOVSKA STABILNOST
KONTINUALNIH LINEARNIH SISTEMA
SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM** 161

10.1 Uvod

10.1.1 Preliminarna razmatranja

10.1.2 Ravnotežno stanje i njegove osnovne osobine

10.1.3 Osobine stabilnosti linearnih sistema sa kašnjenjem

10.1.4 Uslovi stabilnosti linearnih sistema sa kašnjenjem

10.2 Hronološki pregled postignutih rezultata na polju izučavanja ljapunovske stabilnosti vremenski kontinualnih sistema sa kašnjenjem	165
10.3. Kratka rekapitulacija nekih osnovnih rezultata	167
Literatura	173

11. STABILNOST

KONTINUALNIH LINEARNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU	177
11.1 Uvod	177
11.2 Hronološki pregled postignutih rezultata na polju izučavanja praktične stabilnosti i stabilnosti na konačnom vremenskom intervalu	178
11.3 Kratka rekapitulacija nekih osnovnih rezultata	179
11.4 Glavni rezultati	196
Literatura	204

VII STABILNOST

DISKRETNH LINEARNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM Kriterijumi koji ne uzimaju

u obzir iznos čisto vremenskog kašnjenja	207
--	-----

12. ASIMPTOTSKA STABILNOST

VREMENSKI DISKRETNH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	207
12.1 Uvodna razmatranja	207
12.2 Oznake i preliminarna razmatranja	210
12.3 Glavni rezultati	212
Literatura	233

13. STABILNOST SISTEMA:

$$\mathbf{x}(k+1) = A_0 \mathbf{x}(k) + A_1 \mathbf{x}(k-1)$$

U SMISLU LJAPUNOVA: Novi rezultati	237
--	-----

13.1. Uvodna i preliminarna razmatranja	237
---	-----

13.2. Prethodni rezultati	238
13.3. Glavni rezultati	239
Literatura	245

14. STABILNOST

LINEARNIH DISKRETNIH SISTEMA

SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM:

Prilaz Ljapunov–Krasovski	249
---------------------------------	-----

14.1 Uvodna razmatranja	249
-------------------------------	-----

14.2 Preliminarna razmatranja	250
-------------------------------------	-----

14.3 Glavni rezultati	250
-----------------------------	-----

Literatura	256
------------------	-----

Literatura VII	259
----------------------	-----

VIII STABILNOST U SMISLU LJAPUNOVA

VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA

SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM:

Kriterijumi koji uzimaju

u obzir iznos čisto vremenskog kašnjenja	263
--	-----

15. POTREBNI I DOVOLJNI

USLOVI ASIMPTOTSKE STABILNOSTI

ZAVISNI OD IZNOSA ČISTO VREMENSKOG

KAŠNENJA VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA	263
---	-----

15.1 Uvodna razmatranja	263
-------------------------------	-----

15.2 Glavni rezultati	264
-----------------------------	-----

15.2.1 Vremenski kontinualni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem	264
---	-----

15.2.2 Vremenski diskretni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem	268
---	-----

Literatura	279
------------------	-----

IX STABILNOST U SMISLU

LJAPUNOVA PERTURBOVANIH

VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA

SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	281
--------------------------------------	-----

16. STABILNOST PERTURBOVANIH VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	281
16.1 Uvodna razmatranja	281
16.2 Oznake i preliminarna razmatranja	282
16.3 Glavni rezultati	287
Literatura	294
17. STABILNOST PERTURBOVANIH TEHNOLOŠKIH VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA SA VIŠESTRUKIM ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	297
17.1 Analiza D–stabilnosti tehnoloških sistema sa višestrukim čistim vremenskim kašnjenjem	297
17.1.1 Uvodna razmatranja	297
17.1.2 Preliminarna razmatranja	298
17.1.3 Glavni rezultati	299
17.2 Stabilnost tehnoloških sistema sa čistim vremenskim kašnjenjem i nelinearnim perturbacijama	304
17.2.1 Uvodna razmatranja	304
17.2.2 Preliminarna razmatranja	305
17.2.3 Glavni rezultati	306
Literatura	310
18. EKSPONENCIJALNA STABILNOST PERTURBOVANIH VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA SA VIŠESTRUKIM ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	313
18.1 Uvodna razmatranja	313
18.2 Preliminarna razmatranja	314
18.3 Glavni rezultati	315
Literatura	317
19. KVADRATNA STABILNOST I STABILIZACIJA LINEARNIH VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM I NEODREĐENOSTIMA:	
Prilaz sa pozicija Linearnih Matričnih Nejednakosti	319

19.1 Uvodna razmatranja	319
19.2 Preliminarna razmatranja	320
19.3 Glavni rezultati	321
Literatura	330
Literatura IX	332

X STABILNOST

U SMISLU LJAPUNOVA VELIKIH VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM	337
--	------------

20. STABILNOST VELIKIH VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM	337
20.1 Uvod	337
20.2 Rekapitulacija nekih osnovnih rezultata	337
20.3 Glavni rezultati	345
Literatura	360

XI STABILNOST

VELIKIH INTERVALNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM	361
--	------------

21. STABILNOST VELIKIH INTERVALNIH VREMENSKI KONTINUALNIH I DISKRETNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM	361
21.1 Uvodna razmatranja	361
21.2 Preliminarna razmatranja	362
21.3 Glavni rezultati	363
21.3.1 Veliki intervalni vremenski kontinualni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem	363
21.3.2 Veliki intervalni vremenski diskretni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem	367
Literatura	371

XII STABILNOST DISKRETNIH SISTEMA SA VREMENSKIM PROMENLJIVIM KAŠNJENJEM	373
22. STABILNOST DISKRETNIH SISTEMA SA VREMENSKI PROMENLJIVIM KAŠNJENJEM	373
22.1 Uvodna razmatranja	373
22.2 Glavni rezultati	375
Literatura	392
23. NELJAPUNOVSKA STABILNOST LINEARNIH VREMENSKI DISKRETNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU	395
23.1 Uvod	395
23.2 Linearni vremenski diskretni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem	396
23.3.1 Opis sistema	396
23.3.2 Prethodni rezultati	399
23.3.3 Glavni rezultati: praktična stabilnost i stabilnost na konačnom vremenskom intervalu	400
Literatura	407
XIII DODACI	411
DODATAK A – Oznake	411
DODATAK B – Izvodi iz linearne algebre	419
Literatura	420
DODATAK C – Drazinova i Moore–Penrose-ova inverzija matrica	429
Literatura	444
DODATAK D – Ekvivalentnost singularnih sistema	445
Literatura	446
DODATAK E – Neki izvodi iz teorije funkcija	447
Literatura	448
DODATAK F – Normirani vektorski prostori	449
Literatura	452

DODATAK G – Izvod iz teorije skupova	453
G.1 Preliminarna razmatranja	453
G.2 Osnovne operacije nad skupovima	454
G.3 Algebra skupova	457
G.4 Još neke značajne osobine skupova	458
Literatura	458
DODATAK H – Matrična mera	459
Literatura	460
DODATAK I - Schur-ov komplement	461
Literatura	463