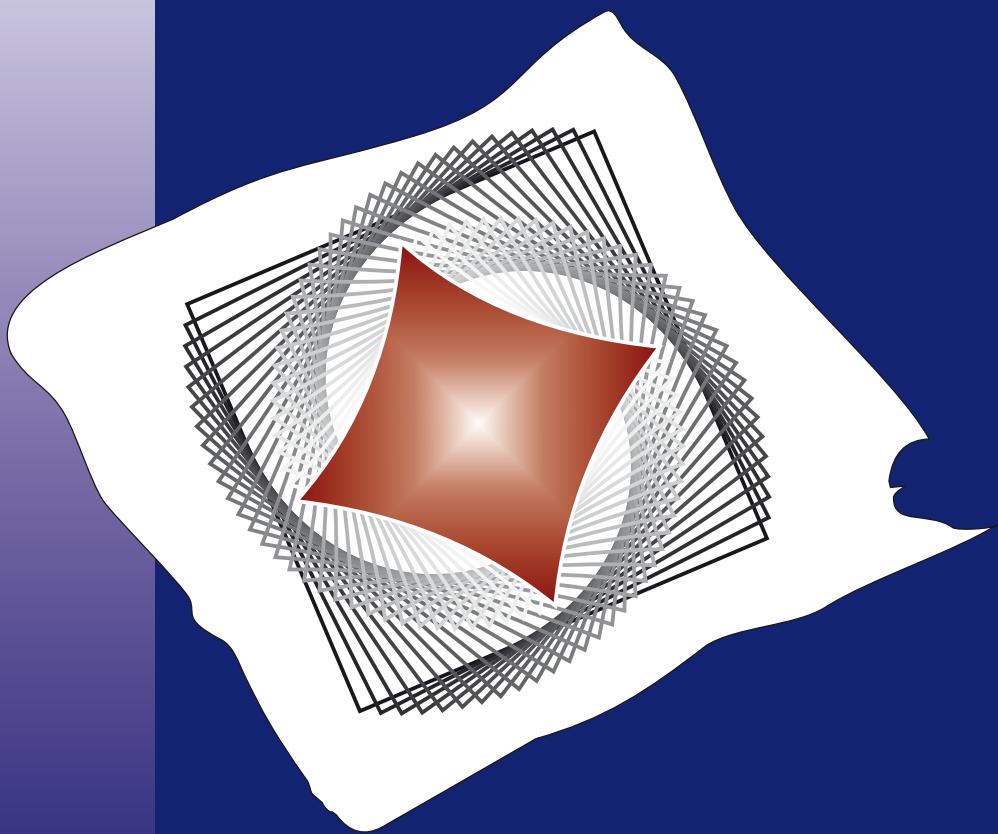


SAVREMENE METODE PROJEKTOVANJA LINEARNIH SISTEMA

**D. Lj. Debeljković
D. N. Popov**



Dr Dragutin Lj. Debeljković
Dr Dejan N. Popov

**SAVREMENE METODE
PROJEKTOVANJA LINEARNIH SISTEMA**

**Mašinski fakultet
Univerziteta u Beogradu
2011**

Dr **Dragutin Lj. Debeljković**, redovni profesor
Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Dr **Dejan N. Popov**, docent
Fakulteta za poslovne studije Megatrend univerziteta

Savremene metode projektovanja linearnih sistema

Monografija

I izdanje

Recenzenti

Dr Svetislav Zarić, redovni profesor
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Dr Mihailo P. Lazarević, redovni profesor
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Izdavač

Univerzitet u Beogradu
Mašinski fakultet Beograd
11000 Beograd 35, Kraljice Marije 16

Za izdavača: Dekan

Glavni i odgovorni urednik
Dr Aleksandar Obradović, prof.

Odobreno za štampu
odlukom Dekana br. 175/10 od 02.12.2010.god.

Beograd, 2011
Tiraž: 200 primeraka

Štampa: PLANETA print
ISBN 978 – 86 – 7083 – 718 – 8

***Preštampavanje, umnožavanje, fotokopiranje
ili reprodukcija cele knjige ili nekih njenih delova nije dozvoljena***

Dr Dragutin Lj. Debeljković
Dr Dejan N. Popov

**SAVREMENE METODE
PROJEKTOVANJA LINEARNIH SISTEMA**

**Mašinski fakultet
Beograd 2011**

Zahvalnost

*Izdanje ove
naučne monografije
finansijski je pomoglo*

Ministarstvo za prosvetu i nauku Republike Srbije
na čemu su Ministarstvu autori neizmerno i duboko zahvalni

Predgovor

Linearni sistemi su oduvek privlačili pažnju naučne i stručne javnosti i taj interes postoji i dan danas i zaokuplja sve tehničke discipline podržan snažnim matematičkim aparatom osnovanim na odabranim poglavljima linearne algebре, operatorskog računa i teorije diferencijalnih jednačina, što im neosporno daje veliki značaj, pa je samim tim prirodno da se još jednom nađu u stvarnoj žiži interesovanja a sa nekih drugih aspekta njihovog dinamičkog delovanja i ponašanja.

Počev od daleke 1930-te godine linearni skalarni sistemi intenzivno se proučavaju sa više različitih stanovišta a korišćenjem klasičnih prilaza među kojima dominiraju tehnike vezane za korišćenje frekventnog i kompleksnog domen. Nešto kasnije se uviđa da je primena tih metoda ograničena i da klasičan prilaz izučavanju sistema sa pozicija ulazno – izlaznih relacija ne može kvalitetno da odgovori da na čitav niz značajnih pitanja dinamičke analize i sinteze kako vremenski stacionarnih tako i vremenski nestacionarnih, najopštijih klasa, sistema upravljanja.

Polazeći od pionirskih radova Bellmana i Kalmana, evidentni nedostaci klasične teorije, bivaju otklonjeni, prevaziđeni i razrešeni novom modernom teorijom upravljanja zasnovanoj na konceptu stanja dinamičkih sistema. Sveobuhvatno i rigorozno definisanje pojma stabilnosti i uvođenje čitavog niza novih koncepcata kao što su: upravlјivost, osmotrivost, optimalnost, osetljivost, robusnost, svodljivost, minimalnost i nekih drugih snažno su podstakli otvaranje i celovito i uspešno rešavanje ovih značajnih pitanja.

Uporedo sa time diskretno se nametnula logična potreba da se pomenuti koncepti prošire i na višestruko prenosne sisteme upravljanja, jedine skladne i verne reprezentante dinamičkog ponašanja realnih sistema.

U tom smislu tradicionalno se započelo sa proširivanjem prilaza baziranog na korišćenju racionalnih prenosnih funkcija na sisteme sa više ulaza i više izlaza. Ovo prirodno proširenje,oličeno kroz matrične prenosne funkcije, bilo je predmet interesovanja velikog broja naučnika inspirisanih potrebom da se koristeći umerenu analogiju sa skalarnim slučajem, postojeći matematički aparat skladno i efikasno uklopi i iskoristi u proučavanju racionalnih matrica kao verodostojnih matematičkih modela višestruko prenosnih sistema u kompleksnom domenu.

Ova početna euforija, dobila je nešto kasnije, jedan umereniji tok kada se shvatilo da opis višestruko prenosnih sistema kroz ulazno – izlazne relacije i prostor stanja predstavljaju samo dva ekstrema od celog spektra mogućih opisa linearnih konačno dimenzionih sistema. Pokazalo se, naime, da se može uspešno operisati sa bilo kojim od ovih prilaza, da je takođe moguće nesmetano izvršiti prevođenje dobijenih rezultat iz jednog domena u drugi a da je nekada daleko celishodnije raditi sa tzv. hibridnim – parcijalno – prostornim opisom.

Glavno obeležje višestruko prenosnih sistema predstavlja prisustvo interakcija kao posledica prisustva dva ili više ulaza, čije se istovremeno ili pojedinačno dejstvo prenosi i reperkuje na sve ili samo neke izlazne veličine sistema. Veoma je čest slučaj da višestruko prenosni objekti upravljanja, pored inherentne povratne sprege, ostvaruju i tzv. ukrštene sprege koje se ogledaju u međusobnom delovanju jedne izlazne veličine na drugu i/ili na više njih. Ovako složene strukture uslovjavaju čitav niz ozbiljnih poteškoća kako u analizi tako i u sintezi višestruko prenosnih sistema. Dovoljno je samo istaći i postaviti u prvi plan pitanje fizičke ostvarljivosti koja se, u formi tzv.korektno definisanog problema, imperativno nameće kao realni zahtev u njihovoj praktičnoj realizaciji.

Mimo toga, dobro je poznato da je prelaz sa vektorske diferencijalne jednačine stanja i jednačine izlaza u kompleksni domen jednoznačan. Nažalost, obrnuto ne važi i u vezi sa tim postavlja se pitanje iznalaženja minimalne realizacije modela u prostoru stanja kao jdnog veoma važnog i složenog problema za rešavanje.

Osnovna ideja projektovanja ove klase sistema ide najčešće u pravcu izbora takvih uskladnika koji, implementirani u sistem u otvorenom kolu dejstva, treba da obezbede da u zatvorenom kolu dejstva u celini potpuno bude lišen međusobnih interakcija ili da njihov nivo u sistemu bude sveden na minimum.

Pitanja optimizacije i izbora optimalnog upravljanja ove klase sistema bila su predmet intenzivnog izučavanja u ovoj monografiji. Pored klasičnih pitanja, koja su solidno obrađena, veliki prostor posvećen je bio novim, savremenim tendencijama koja idu u pravcu tzv. metode projekcijskih upravljanja, kao jedne od moćnih sub-optimalnih poatupaka i u nešto manjoj meri kvadratnim kriterijumima i njihovoj riguroznoj primeni u savremenim zadacima upravljanja.

Dosta prostora posvećeno je analizi i sintezi višestruko prenosnih sistema sa pozicija modalne teorije.

Imajući u vidu, da je u realnim uslovima rada, projektantu praktično dostupna samo delimična (okrnjena) informacija o ponašanju sistema i da budemo jasni, dostupni su samo merljivi izlazi, korišćenje savremenih observera, u cilju moguće rekonstrukcije stanja sistema, predstavlja uvek snažan izazov kako teorijsku tako i praktičnu sferu njihove implementacije.

Uz sve to, mnogi zadaci upravljanja, bar sa teorijske tačke gledišta, znatno se uproščavaju ukoliko se iskoriste odgovarajuće kanoničke forme o kojima je ovde bilo dosta reči, posebno u kontekstu izloženih metoda za podešavanje polova.

Ovo štivo podržava aktuelne trendove u ovaj oblasti i predstavlja uobličen, rafiniran, selektivan i prilagođen tekst preuzet iz savremenih monografija i osvedočeno kvalitetnih naučnih radova koje se bave najopštijim pitanjima višestruko prenosnih sistema i predstavlja, u najmanju ruku, prirodan nastavak i proširenje problematike publikovane u prethodnoj monografiji autora sa istim tematskim naslovom.

Već duži niz godina postoji nasušna potreba, da se na ovdašnjim i sadašnjim naučnim prostorima, pojavi jedno ovakvo štivo koje bi zainteresovanim čitaocima pružila dovoljno početnih znanja i ohrabrenja da se bez straha i bojazni mogu upustiti u dalju spoznaju ove veoma složene i visokom matematikom opterećene problematike a što je i bila glavna preokupacija autora, bez ikakvih pretenzija da se, u ovom trenutku, ponudi i nešto više.

Postupci analize i projektovanja ovih sistema, dati su uopšteno tako da se ne odnose samo na mašinske sisteme pa monografija, u tom smislu, može da posluži svima koji se šire bave teorijom sistema i problemima upravljanja, iako je prvenstveno namenjena doktorantima odseka za automatsko upravljanje Mašinskog fakulteta.

Ova knjiga će po svom sadržaju zainteresovati i stručnjake specijalizovane za istraživački i praktičan rad, pa će autori biti zahvalni na svim sugestijama u pogledu poboljšanja kvaliteta njenog sadržaja.

Dr Svetislavu Zariću i Dr Mihailu P. Lazareviću, redovnim profesorima Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu zahvalni smo na korisnim sugestijama i trudu oko recenzije ove monografije.

Beograd, juni 2011. god.

A u t o r i

*SAVREMENE METODE
PROJEKTOVANJA
LINEARNIH
SISTEMA*

SADRŽAJ

OPŠTI DEO

I NEKA OPŠTA PITANJA TEORIJE VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	1
1. UVOD	3
Literatura	5
2. PRIRODA I OSOBENOSTI VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	7
Literatura	15
3. PROJEKTOVANJE SISTEMA SA JEDNOM POVRATNOM SPREGOM	17
3.1 Osvrt na elementarni oblik povratne sprege i rekapitulacija nekih osnovnih pojmove	17
3.2 Standardni problem	23
3.3 Fundamentalne relacije	27
3.4 Moguća rešenja	30
3.5 Dva prilaza projektovanju	36
3.6 Ograničenja performansi	38
3.6.1 Odnos pojačanja i faze	38
3.6.2 Nule u desnoj poluravni	40
3.6.3 Polovi u desnoj poluravni	44
3.6.4 Bodeova integralna teorema	46
Literatura	48

OPŠTA TEORIJA NULA I POLOVA VIŠESTRUKO PRENOSNIH LINEARNIH SISTEMA

II NULE I POLOVI LINEARNIH VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	51
4. POLOVI I NULE LINEARNIH VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	52
4.1 Uvodna razmatranja	52
4.2 Smith-McMillan-ov oblik matrične prenosne funkcije	55
4.3 Polovi i nule matrica prenosne funkcije	60
4.4 Opis matričnih frakcija prenosne funkcije (MFD)	63
4.5 Realizacija matrice prenosne funkcije u prostoru stanja	65
4.6 Koliko nula?	67
Literatura	70
5. INVARIJANTNE NULE VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	71
5.1 Geometrijska analiza	71
5.1.1. Uvodna razmatranja	71
5.1.2 Geometrijska definicija invariantnih nula	72
5.1.3 Algebarski proizvod i podela prostora stanja	75
5.1.4 Više granice za n_z.	78
5.1.5 Nule sistema	81
5.1.6 Nule i stanje povratne sprege. Fizička interpretacija	82
5.2 Napomene o nizu mogućnosti proširenja metode geometrijskog mesta korenova na savremene višestruko prenosne sisteme	85
5.2.1 Uvodna razmatranja	85
5.2.2 Stepeni red proširivanja beskonačne nule	85
5.2.3 Ponašanje konačnih pojačanja	88
Literatura	90

OPŠTA TEORIJA MODALNOG UPRAVLJANJA VIŠESTRUKO PRENOSNIH LINEARNIH SISTEMA

III MODALNO UPRAVLJANJE VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	91
6. MODALNA TEORIJA LINEARNIH STACIONARNIH SISTEMA	91
6.1 Modalna analiza	91
6.2 Upravlјivost i osmotrovost	97
Literatura	101
7. SINTEZA U DOMENU SOPSTVENIH VREDNOSTI: MODALNO UPRAVLJANJE	103
7.1 Uvod	103
7.2 Sistem sa jednim ulazom: promena jedne realne sopstvene vrednosti	104
7.3 Sistem sa jednim ulazom: promena više realnih sopstvenih vrednosti	107
7.4 Praktičan primer: upravljanje modovima ugla naginjanja aviona i brzine obrtanja aviona oko uzdužne ose	108
7.4.1 Karakteristike otvorenog sistema	108
7.4.2 Upravljanje modom ugla naginjanja aviona	111
7.4.3 Upravljanje modom brzine obrtanja aviona oko uzdužne ose	111
7.4.4 Istovremeno upravljanje modovima ugla naginjanja i brzine obrtanja aviona	112
7.5 Sistem sa jednim ulazom: promena više realnih ili kompleksnih sopstvenih vrednosti	113
7.6 Sistem sa više ulaza: promena više realnih ili kompleksnih sopstvenih vrednosti	118
Literatura	119

OPTIMALNO UPRAVLJANJE VIŠESTRUKO PRENOSNIH LINEARNIH SISTEMA

IV OPTIMIZACIJA VIŠESTRUKO PRENOSNIH LINEARNIH SISTEMA	121
8. OPTIMIZACIJA KONTINUALNIH VIŠESTRUKO PRENOSNIH LINEARNIH SISTEMA	121
8.1 Uvod	121
8.2 Analiza kriterijuma optimalnosti	122
8.3 Optimizacija i ograničenja	127
8.4 Metode optimizacije	130
8.5 Primena klasičnog varijacionog računa	130
8.6 Koncept dinamičkog programiranja	134
8.7 Dinamičko programiranje i pontryagin-ov princip	137
8.8 Pontryagin-ovi principi za vremenski nestacionarne i stacionarne sisteme	140
8.9 Dinamička optimizacija linearnih sistema	147
8.10 Optimalno upravljanje sa ograničenjem vektora stanja	155
8.11 Optimalnost uz nefiksiranu početnu ili krajnju tačku - uslovi transverzalnosti	166
Literatura	172
9. OPTIMIZACIJA LINEARNIH SISTEMA: KVADRATNIM KRITERIJUMOM OPTIMALNOSTI	173
9.1 Uvod	173
9.2 Sinteza linearnih vremenski nestacionarnih optimalnih sistema pomoću kvadratnog kriterijuma optimalnosti	173
9.3 Sinteza linearnih stacionarnih optimalnih sistema pomoću kvadratnog kriterijuma optimalnosti	178
9.4 Optimalno regulisanje greške vektora izlaza	182

9.5 Asimptotske osobine optimalnih regulatora	184
9.6 Izbor težinskih matrica optimalnih regulatora	193
Literatura	203

V SUBOPTIMALNO UPRAVLJANJE VIŠESTRUKO PRENOSNIH LINEARNIH SISTEMA 205

10. METODA PROJEKCIIONIH UPRAVLJANJA	205
10.1 Uvod	205
10.1.1 Sinteza regulatora primenom metode projekcionalih upravljanja	206
10.2 Sinteza regulatora u sistemima sa centralizovanom informacionom i upravljačkom struktururom	207
10.2.1 Sinteza regulatora u sistemima na koje ne deluju spoljašnji poremećaji	207
10.2.1.1 Sinteza statičkog regulatora	208
10.2.1.2 Sinteza dinamičkog regulatora	212
10.2.2 Sinteza regulatora u sistemima na koje deluju spoljašnji poremećaji	218
10.2.2.1 Sinteza PI regulatora	219
10.2.2.2 Sinteza PID regulatora	223
10.2.2.3 Sinteza generalisanog PID regulatora	226
10.3 Sinteza regulatora u sistemima sa decentralizovanom informacionom i upravljačkom struktururom	229
10.3.1 Sinteza regulatora u sistemima na koje ne deluju spoljašnji poremećaji	229
10.3.2 Sinteza regulatora u sistemima na koje deluju spoljašnji poremećaji	232
Literatura	236

VI NEKA PITANJA ANALIZE I SINTEZE OPTIMALNIH VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA U VREMENSKOM DOMENU 239

11. ANALIZA OPTIMALNIH LINEARNIH SISTEMA U VREMENSKOM DOMENU	239
---	-----

11.1 Višestepeni proces odlučivanja	239
11.2 Indeksi performanse vremensko domena	240
11.2.1. Upravljanje sa minimumom vremena (vremenskim minimumom)	240
11.2.2 Završni problem upravljanja	241
11.2.3 Problem upravljanja sa minimalnim integralom	241
11.3 Princip optimalnosti	241
11.4 Diskretno dinamičko programiranje	243
11.4.1 Sistemi sa skalarnim jednačinama stanja	243
11.4.2 Linearni vremensko nezavisni sistemi sa skalarnim jednačinama stanja i kvadratnim indeksima performanse	246
11.4.3 Sistemi sa vektorskim jednačinama stanja	248
11.4.4 Linerni vremenski nezavisni sistemi sa vektorskim jednačinama stanja i kvadratnim indeksima performansi	250
11.5 Kontinualno dinamičko programiranje	250
11.5.1 Sistemi sa skalarnim jednačinama stanja	250
11.5.2 Linearna vremenski nepromenljivi sistemi sa skalarnom jednačinom stanja i kvadratnim integralom performansi	252
11.5.3 Sistemi sa vektorskim jednačinama stanja	254
11.5.4 Linearno vremenski invarijantni sistemi sa vektorskog jednačinom stanja i kvadratnim integralom performansi	255
Literatura	257
12. SINTEZA OPTIMALNIH LINEARNIH SISTEMA U VREMENSKOM DOMENU	259
12.1 Uvod	259
12.2 Sinteza optimalnih sistema vešanja (amortizera)	260
12.2.1 Sistemi sa jednim stepenom slobode	260
12.2.2 Sistem sa dva stepena slobode	264
12.3 Sinteza modela pratećih sistema	269
12.3.1 Model u indeksu performansi	269
12.3.2 Model u sistemu	274

12.4 Hodograf kvadratnog korena	277
12.4.1 Uopštena teorija	277
12.4.2 Jednostruko prenosni sistemi	281
12.4.3 Višestruko prenosni sistemi	283
Literatura	285

PROJEKTOVANJE OBSERVERA VIŠESTRUKO PRENOSNIH LINEARNIH SISTEMA

13. ASIMPTOTSKI OBSERVERI I PROJEKTOVANJE SPREGE OBSERVERA I USKLADNIKA	287
13.1 Asimptotski observeri za procenu stanja	287
13.2 Određivanje pojačanja oservera	290
13.3 Sprega uskladnika (regulatora) i observera	291
13.4 Određivanje prenosne funkcije i princip separacije	293
13.5 Primeri	295
13.6 Observeri sniženog reda	299
13.7 Primeri	302
13.8 Izbor optimalnih polova observera	306
13.9 Direktni postupak projektovanja pomoću prenosne funkcije	307
13.10 Observeri punog reda	308
13.11 Observeri sniženog reda	311
13.12 Observer i sprega uskladnika i observera kod višestruko prenosnih sistema	312
13.12.1 Projektovanje observera	312
13.12.2 Određivanje pojačanja observera	314
13.12.3 Sprega observera i uskladnika	315
Literatura	316

METODE PODEŠAVANJA POLOVA VIŠESTRUKO PRENOSNIH LINEARNIH SISTEMA

VII NEKE ZNAČAJNE KANONIČKE FORME VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	317
14. TRANSFORMACIJE IZMEĐU NEKIH KANONIČKIH FORMI ZA VIŠESTRUKO PRENOSNE VREMENSKI INVARIJANTNE LINEARNE SISTEME	317
14.1 Uvod	317
14.2 Preliminarna razmatranja	318
14.3 Transformacije kanoničkih formi	
321	
Literatura	330
15. KANONIČKE FORME ZA IDENTIFIKACIJU VIŠESTRUKO PRENOSNIH LINEARNIH SISTEMA	331
15.1 Uvod	331
15.2 Osnovne definicije i preliminarna razmatranja	331
15.3 Kanoničke forme za determinističke višestruko prenosne linearne sisteme	334
15.4 Proširivanje kanoničkih formi na $\{(A,B,C)\}$	345
15.5 Kanoničke forme izvedene iz hankel-ovih matrica	347
15.6 Primena kanoničkih formi u identifikaciji	348
Literatura	351
VIII METODE PODEŠAVANJA POLOVA PO VELIČINAMA STANJA VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	353
16. PODEŠAVANJE MODELA KORIŠĆENJEM POVRATNE SPREGE PO VELIČINAMA STANJA I DINAMIČKO USKLAĐIVANJE	353
16.1 Uvod	353

16.2. Definicije i uvodna razmatranja	354
16.3 Suština i osobine struktturnog algoritma	357
16.4 Podešavanje modela	
korišćenjem povratne sprege po veličinama stanja	360
16.5 Podešavanje modela	
korišćenjem dinamičkog usklađivanja	364
Literatura	370
17. POVRATNA SPREGA	
PO VELIČINAMA STANJA	
I INVERZNI SISTEM	371
17.1 Uvod	371
17.2 Rastavljanje preko povratne sprege po veličinama stanja	
371	
17.3 Levo inverzni sistem	381
Literatura	386
IX METODE	
PODEŠAVANJA POLOVA	
PO IZLAZNIM VELIČINAMA	
VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	387
18. POVRATNA SPREGA PO OPTIMALNOM IZLAZU	387
Literatura	391
X METODE PODEŠAVANJA	
DINAMIČKOG PONAŠANJA	
VIŠESTRUKO PRENOSNIH SISTEMA	
RELOKACIJOM SOPSTVENIH VREDNOSTI	393
19. PROJEKTOVANJE SISTEMA	
SA POVRATNIM SPREGAMA	
KORIŠĆENJEM TEHNIKE RELOKACIJE	
SOPSTVENIH VREDNOSTI MATRICE	
SISTEMA U OTVORENOM KOLU DEJSTVA	393
19.1 Tehnika projektovanja komutativnog regulatora	394
19.2 Karakteristike prenosne funkcije	
<i>i karakteristični pravci</i>	397

19.3 Stabilnost sistema u zatvorenom kolu dejstva i karakteristični hodograf	399
19.4 Ponašanje u stacionarnom stanju i interakcija	404
Literatura	407

DODACI

XI DODACI	409
DODATAK A - Spisak oznaka	409
DODATAK B – Neki primeri i zadaci vezani za optimizaciju sistema u vremenskom domenu	417
Literatura	423
DODATAK C – Neki konkretni problemi optimizacije	424
Literatura	429
DODATAK D – Optimalno upravljanje linearnim kontinualnim sistemima	430
D.1 Određivanje optimalnog upravljanja	431
D.1.2 Velika vrednost indeksa performanse ($r \rightarrow \infty$)	432
D.1.3 Mala vrednost indeksa performanse ($r \rightarrow 0$)	433
D.2 Simetrični hodograf (GMK) i indeks performanse	434
D.3 Primeri	435
D.4 Algebarska Riccati-jeva jednačina	437
D.5 Povratna sprega po stanju kod višestruko prenosnih sistema	438
D.6 Podešavanje polova višestruko prenosnog sistema sa povratnom spregom po stanju	440
D.7 Uticaj povratne spreve na osobine sistema	442
D.8 Klasična optimizacija višestruko prenosnih sistema	443
Literatura	444