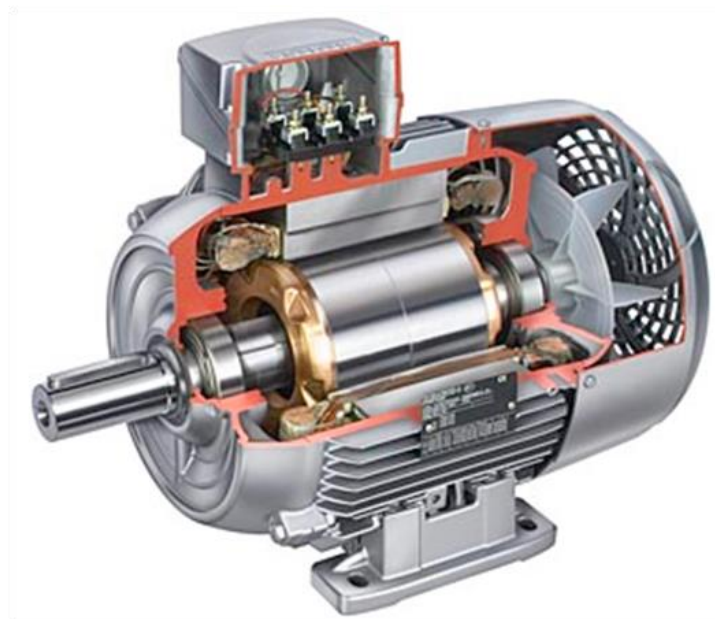


Универзитет у Београду

Др Томислав М. Стојић
Др Добрила М. Шкатарић

ЕЛЕКТРИЧНЕ МАШИНЕ
ЗА СТУДЕНТЕ МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

II издање



Машински факултет
Београд 2021.

Универзитет у Београду

Др Томислав М. Стојић
Др Добрила М. Шкатарић

ЕЛЕКТРИЧНЕ МАШИНЕ
ЗА СТУДЕНТЕ МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА
II издање

Машински факултет
Београд 2021.

Универзитет у Београду
Машински факултет

Др Томислав Стојић, ван. проф.
Др Добрила Шкатарић, ред. проф.

ЕЛЕКТРИЧНЕ МАШИНЕ
ЗА СТУДЕНТЕ МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА
- II издање -

Рецензенти:

Др Предраг Осмокровић, ред. проф. у пензији
Др Зоран Лазаревић, ред. проф.

Издавач:

Универзитет у Београду
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
Ул. Краљице Марије бр.16, Београд
тел. (011) 3370-760
фах. (011) 3370-364
www.mas.bg.ac.rs

За издавача:

Декан, др Радивоје Митровић, ред. проф.

Уредник:

Др Милан Лечић, ред. проф.
Председник комисије за издавачку делатност
Машинског факултета у Београду

Тираж: 100 примерака

Штампање II издања одобрила:
Комисија за издавачку делатност
Машинског факултета у Београду

и

Декан Машинског факултета
Одлуком бр. 29/2021
од 14.09.2021. године

Штампа: “Планета-принт”, 11000 Београд
www.planeta-print.rs

Београд, 2021. године

ISBN 978-86-6060-081-5

Садржај

Предговор	i
1 Магнетска кола	1
1.1 Основни концепт	1
1.2 Пермеабилност и засићење	4
1.3 Основни закони за магнетно коло.....	5
1.4 Магнећење наизменичном струјом и губици	6
1.5 Акумулисана енергија у магнетном пољу	9
1.6 Индуктивност	10
1.7 Магнетска кола са перманентним магнетима.....	11
1.8 Енергетски производ – мера квалитета сталних магнета.....	13
1.9 Решени примери и задаци	14
2 Трансформатори	25
2.1 Принцип рада.....	25
2.2 Губици у трансформатору – реални трансформатор.....	27
2.3 Испитивање трансформатора.....	30
2.4 Повезивање намотаја енергетских трансформатора	32
2.5 Аутотрансформатори	35
2.6 Мерни трансформатори.....	36
2.7 Хлађење енергетских трансформатора.....	37
2.8 Означавање и натписна плочица трансформатора.....	40
2.9 Решени примери и задаци	42
3 Електромеханички системи	52
3.1 Електромеханичко претварање енергије.....	52
3.2 Сила и момент силе	56
3.3 Динамика електромеханичког система.....	56
3.4 Електромеханичка аналогија	59
3.5 Решени примери и задаци	61

4	Машине за једносмерну струју	74
4.1	Принцип рада.....	74
4.2	Улога комутатора	76
4.3	Намотаји статора и ротора	77
4.4	Индукована електромоторна сила ротора	78
4.5	Обртни момент мотора.....	79
4.6	Брзина обртања мотора	80
4.7	Подела према начину побуђивања.....	81
4.8	Поље у зазору и реакција индукта	82
4.9	Комутација.....	84
4.10	Ефекат засићења на рад једносмерног генератора.....	86
4.11	Губици и коефицијент корисног дејства	87
4.12	Излазне карактеристике генератора и мотора.....	88
4.13	Динамика једносмерног мотора.....	90
4.14	Решени примери и задаци	91
5	Асинхроне машине	103
5.1	Конструкција и принцип рада асинхроне машине	103
5.2	Магнетомоторна сила статора.....	105
5.3	Обртно магнетно поље	107
5.4	Клизање и еквивалентно електрично коло	108
5.5	Израчунавања из еквивалентних кола	110
5.6	Апроксимативно еквивалентно коло мотора.....	111
5.7	Решени примери и задаци	113
6	Синхроне машине	131
6.1	Конструкција и типови синхроних машина	131
6.2	Генераторски и моторни режим рада	133
6.3	Генератор у празном ходу, кратком споју и напонска регулација	136
6.4	Угао снаге машине са цилиндричним ротором.....	137
6.5	Перформансе мотора са цилиндричним ротором	138
6.6	Синхроне машине са истакнутим половима.....	139
6.7	Прелазни режим синхроног генератора.....	141
6.8	Решени примери и задаци	144

7	Монофазне и машине са магнетима	159
7.1	Мали наизменични мотори	159
7.2	Анализа монофазног асинхроног мотора	159
7.3	Покретање монофазног асинхроног мотора.....	161
7.4	Маchine са сталним магнетима.....	163
7.4.1	Магнетни материјали.....	165
7.4.2	Једносмерне машине са сталним магнетима	169
7.4.3	Синхроне машине са сталним магнетима	170
7.5	Хистерезисни мотори	173
7.6	Решени примери и задаци	175
8	Додатак	185
8.1	Трофазни симетрични систем	185
8.2	Трофазно симетрично коло спрегнуто у звезду	188
8.3	Трофазно симетрично коло спрегнуто у троугао	190
8.4	Снага трофазног симетричног кола	192
8.5	Формирање обртног магнетног поља помоћу трофазног намотаја	194
8.6	Моментна карактеристика кавезног асинхроног мотора	195
	Литература	200

Предговор

Уџбеник Електричне машине за студенте Машинског факултета намењен је у првом реду студентима Машинског факултета у Београду, који слушају предавања из предмета Електричне машине. Може се користити као допунска литература на свим предметима на којима се проучавају друге врсте машина, уређаја и погона које као радну или као погонску користе неку електричну машину. Сходно томе, уџбеник могу користити и студенти других факултета, посебно техничких, за стицање основних теоријских и практичних знања из области примене електричних машина. У уџбенику су приказани основни теоријски појмови и концепти из области електричних машина са акцентом на практичној примени стеченог знања кроз бројне решене примере и задатке.

Предуслов за успешно праћење изложеног материјала је завршен основни курс из Електротехнике. Потребно је познавање основних метода решавања електричних кола временски константне (једносмерне) и наизменичне струје, са акцентом на фазорском приступу у решавању проблема из устаљеног простопериодичног режима у колима. Основни појмови и закони из електромагнетике и трофазног система наизменичних струја дефинисани су у уџбенику у мери и обиму потребном за праћење изложене материје. За потпуно и детаљно објашњење ових појмова читаоц се упућује на одговарајуће уџбенике из Електротехнике.

Концепција уџбеника, начин излагања материје и одабир карактеристичних примера из праксе настали су на основу предавања, рачунских и лабораторијских вежби из предмета Електротехника, Електротехника и електроника и Електричне машине које су аутори непрекидно, више од двадесет година, држали на Машинском факултету у Београду. Идеја је да се читалац упозна са основним, данас највише коришћеним врстама електричних машина и могућностима њихове примене у различитим областима технике. Теоријски концепт рада машина изложен је у обиму који је неопходан за правилно разумевање начина рада и извођење одговарајућих карактеристика. Тежиште је стављено на приказивању улазних и излазних карактеристика електричних машина које кориснику на једноставан, брз и прегледан начин приказују понашање машине у односу на окружење. У овом контексту, електрични генератори и мотори равноправно се третирају као уређаји који врше електромеханичку конверзију енергије, а конкретна улога машине зависи од тога коју врсту конверзије енергије обавља. Кроз решене примере и задатке читалац се оспособљава за разумевање и коришћење карактеристика машина у циљу правилног одабира и димензионисања конкретне машине за одређену апликацију.

Материја је изложена у осам поглавља, од којих је прво поглавље уводно, а последње, осмо поглавље је у форми додатка. У циљу концизног и сажетог излагања, у додатку је, на једном месту, приказана материја заједничка за друго, пето, шесто и седмо поглавље. На крају сваког поглавља, изузев додатка, налазе се решени нумерички примери и задаци који поступно и систематски, почев од једноставнијих према сложенијим, уводе читаоца у практичну примену уобичајено апстрактних теоријских релација и модела. Задаци су генерално подељени у две групе. Прву групу чине уводни задаци у којима се у циљу стицања "осећаја" вежба коришћење основних теоријских релација и модела везаних за конструкцију и функционисање машине. Другу групу чине сложенији задаци у којима се дата машина користи у конкретном радном окружењу, када је акценат стављен на њене улазно-излазне карактеристике и перформансе.

У првом, уводном, поглављу излаже се основни концепт магнетског кола. Магнетско или спрежно поље је посредник у електромеханичкој конверзији енергије која се одвија у

електричним машинама. Најпре се излажу основни појмови и закони везани за магнетско поље, уводи појам и методи решавања магнетског кола, а затим разматрају карактеристике феромагнетских материјала од којих се данас израђују језгра електричних машина. Поглавље се завршава разматрањем магнетских кола са перманентним магнетима. Кроз решене примере увежбава се решавање магнетских кола директном применом основних закона или преко еквивалентног аналогног електричног кола.

Електрични трансформатори приказани су у другом поглављу. Полазећи од принципа рада заснованог на електромагнетног индукцији, изводи се модел идеалног трансформатора. Увођењем губитака добија се модел реалног трансформатора, чији се параметри одређују огледом празног хода и кратког споја. Наводе се начини повезивања намотаја трофазних енергетских трансформатора, сажето приказују аутотрансформатори и мерни трансформатори, а затим се пажња посвећује хлађењу и означавању енергетских трансформатора. Детаљно се анализира натписна плочица једног трофазног енергетског трансформатора. Кроз примере и задатке приказује се одређивање перформанси трансформатора.

У трећем поглављу разматра се концепт електромеханичког претварања енергије који се налази у основи рада обртних електричних машина које ће бити разматране у наредним поглављима. На примеру електромагнета са покретном котвом, најпре је приказан генералисани метод одређивања силе преко рада и прираштаја енергије поља, а затим су размотрени статика и динамика овог система. На крају поглавља наведена је електромеханичка аналогија. На решеним примерима показан је практичан прорачун електромагнета и његових перформанси.

Четврто поглавље посвећено је историјски најстаријим једносмерним машинама. Објашњен је принцип рада, анализирана улога и конструкција статора, ротора и комутатора. Изведене су релевантне релације за одређивање модела и електричних и механичких карактеристика генератора и мотора. За најчешће начине побуђивања приказане су и анализирани излазне ("корисничке") карактеристике. Кроз низ решених примера показано је одређивање електричних и механичких карактеристика мотора и генератора. Сложенији системи у којима су једносмерне машине спрегнуте са другим врстама машина приказани су у наредним поглављима.

Асинхроне машине приказане су у петом поглављу. Размотрен је принцип рада и конструкција статора и ротора. Приказан је и анализиран еквивалентни модел асинхроне машине. Детаљна анализа формирања обртног магнетног поља и извођење излазне карактеристике трофазног асинхроног мотора као најчешће коришћеног индустријског електричног мотора уопште налазе се у осмом поглављу – Додатку. Практично одређивање електричних и механичких параметара мотора при раду са различитим оптерећењима и условима напајања, као и компензација реактивне снаге приказани су у решеним примерима.

Шесто поглавље је посвећено синхроним машинама. Анализирани су синхрони генератори као данас доминантни извори електричне енергије, са конструкционим особинама и принципом рада. Размотрене су електричне и механичке карактеристике синхроног генератора и мотора. Анализиран је рад синхроне машине у режиму компензатора реактивне снаге. У задацима су детаљно анализирани фазорски дијаграми генератора и мотора у различитим радним режимима и са различитим врстама оптерећењима. У овом поглављу су и најсложенији задаци у којима је спрегнуто више различитих машина у циљу регулације и управљања излазним величинама. Овакве сложене спреге се данас све мање користе, јер се регулација и управљање радом машина све више остварује коришћењем претвараача енергетске електронике.

У седмом поглављу приказане су монофазне и машине са сталним магнетима као данас највише заступљени мотори малих снага. Најпре је анализиран монофазни асинхрони

мотор као највише продавани електрични мотор уопште. Детаљно су приказане његове електричне и механичке карактеристике. Затим су размотрене машине са сталним магнетима као најједноставније и најјефтиније мале електричне машине данас. Дат је преглед основних особина савремених магнетних материјала који су драстично унапредили перформансе ових машина. Наведене теоријске поставке су проверене кроз решене примере.

Осмо поглавље је у форми додатка и садржи материју заједничку за друго, пето, шесто и седмо поглавље. Додатак започиње са приказом трофазног симетричног система, дефинисањем распореда фаза и начином њиховог добијања. Из основних особина овог система изводе се два економична начина повезивања потрошача, спрега у звезду и спрега у троугао, са детаљним разматрањем особина ових спрега. Затим следи разматрање снаге трофазног симетричног потрошача спрегнутог на трофазни симетрични систем. Овај део додатка је рекапитулација усвојених појмова из основног курса Електротехнике. Други део додатка садржи приказ формирања обртног магнетног поља помоћу трофазног намотаја и извођење механичке моментне карактеристике трофазног асинхроног мотора са кавезним ротором. Такође, размотрен је и генераторски режим рада овог мотора и компензација реактивне снаге.

У уџбенику су приказане типичне врсте "класичних" електричних машина. Обим и дубина теоријских разматрања су довољни да читаоцу дају чврст ослонац и солидну основу за праћење научне литературе из ове области. Свака обрађена област је пропраћена решеним примерима и задацима, који читаоца уводе у примену изложене теоријске концепције на решавање практичних проблема из домена примене машина. Посебно се водило рачуна да обим уџбеника буде прилагођен актуелном наставном фонду часова. Аутори су тежили да комплексну проблематику функционисања и примене електричних машина изложе на једноставан и читаоцу разумљив начин, а да при томе излагање задржи и научну коректност и практични приступ.

Аутори захваљују рецензентима, проф. др Предрагу Осмокровићу и проф. др Зорану Лазаревићу, на корисним сугестијама током рада на књизи.

Београд, 20. маја 2015.

Аутори

8 Додатак

8.1 Трофазни симетрични систем

Трофазни систем је скуп три фазе (три једнофазна кола). Свака фаза је окарактерисана интензитетом напона и струје и фазним померајем између напона и струје. Код трофазног симетричног извора, напони све три фазе су по интензитету једнаки, а фазно су померени за по $2\pi/3$ радијана, односно за по 120° степени. Уколико неки од ових услова није испуњен, трофазни систем је несиметричан. Ми ћемо задржати пажњу само на трофазним симетричним системима.

Нека је тренутна вредност напона у првој фази дата изразом:

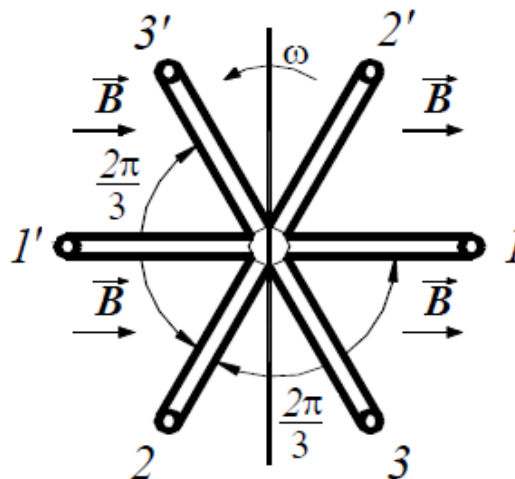
$$u_1(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega \cdot t),$$

тада су, према горе датој дефиницији симетричног трофазног система, напони друге и треће фазе дати следећим изразима:

$$u_2(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega \cdot t - 2\pi / 3), \quad (8.1)$$

$$u_3(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega \cdot t - 4\pi / 3).$$

Овакав систем напона може се остварити помоћу „теоријског“ генератора, који се састоји од три електрично изолована, механички чврсто повезана намотаја (1-1'; 2-2'; 3-3', приказана на слици 8.1), просторно међусобно померена за угао од 120° , који се обрћу сталном угаоном брзином ω око заједничке осовине у хомогеном магнетном пољу индукције \vec{B} .



Слика 8.1 Идеални „теоријски“ трофазни генератор.

Стварни трофазни генератор ради на истом принципу, само што се, код њега, магнетно поље обрће, тако што се електромагнети напајани из побудног уређаја (тзв. будилице) налазе на покретном делу (ротору), кога обрће погонска машина, а намотаји,

међусобно просторно померени за по 120 степени, смештени су на непокретном делу (статору), и у њима се индукују електромоторне силе описане претходним изразима.

Ако на крајеве сваког од намотаја генератора повежемо једнако оптерећење, које је окарактерисано импедансом Z тада ће, под утицајем напона, кроз сваки намотај (и потрошач) тећи струја i . Зависно од врсте оптерећења, ова струја ће:

- бити у фази са напоном (чисто омско оптерећење $Z=R$),
- каснити за неки угао φ (претежно индуктивно оптерећење,

$$Z = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{\omega L}{R}} = Ze^{j\varphi},$$

- или ће предњачити за неки угао φ (претежно капацитивно оптерећење,

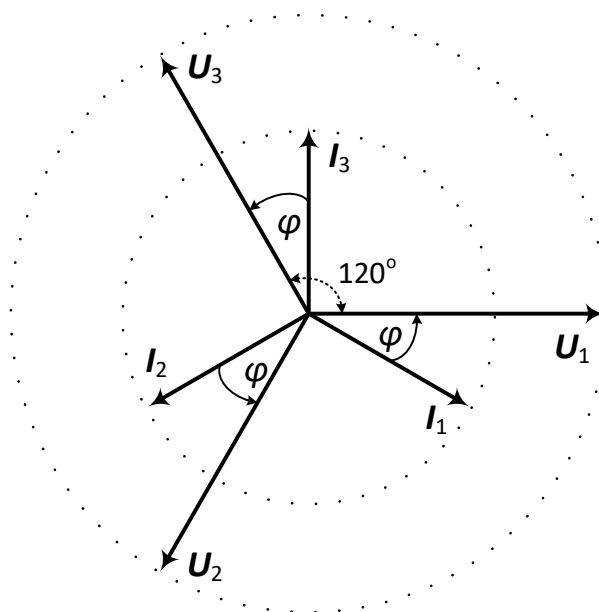
$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} = R - j\frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot e^{-j \arctg \frac{1}{\omega CR}} = Ze^{-j\varphi}.$$

Претпоставимо да смо прикључили оптерећење са претежно индуктивном импедансом, $Z = Ze^{j\varphi}$ тада ће тренутне вредности струје у појединим фазама бити:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= I\sqrt{2} \sin(\omega \cdot t - \varphi), \\ i_2(t) &= I\sqrt{2} \sin(\omega \cdot t - \varphi - 2\pi / 3), \\ i_3(t) &= I\sqrt{2} \sin(\omega \cdot t - \varphi - 4\pi / 3). \end{aligned} \quad (8.2)$$

Наведене напоне и струје можемо представити у фазорској (комплексној) интерпретацији, или графички на фазорском дијаграму:

$$\begin{array}{ll} U_1 = U & I_1 = Ie^{-j\varphi} \\ U_2 = Ue^{-j2\pi/3} & I_2 = Ie^{-j(\varphi+2\pi/3)} \\ U_3 = Ue^{-j4\pi/3} & I_3 = Ie^{-j(\varphi+4\pi/3)}. \end{array}$$



Слика 8.2 Фазорски дијаграм напона и струја симетричног директног трофазног система.

На слици 8.2 приказан је фазорски дијаграм симетричног трофазног генератора оптерећеног симетричним трофазним претежно индуктивним пријемником.

При представљању наизменичних величина фазорима, позитиван смер ротације је смер супротан смеру казаљке на сату. Редослед фаза код трофазног система је исто тако важан као што је код једносмерне струје важно означавање позитивних и негативних полова. Симетричан трофазни систем напона или струја је директан ако фазе напона или струја опадају, а инверзан ако фазе напона или струја расту. На слици 8.2 приказан је симетричан директан трофазни систем напона и струја. Ако фазори напона U_2 и U_3 (и струја I_2 и I_3) замене места, добија се симетричан инверзан систем напона (и струја).

Збир сва три фазна напона симетричног трофазног система у сваком тренутку једнак је нули, што се може лако доказати применом адиционе теореме:

$$u_0(t) = u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = U\sqrt{2}[\sin(\omega t) + \sin(\omega t - 2\pi/3) + \sin(\omega t - 4\pi/3)].$$

Како је $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ добија се:

$$\sin(\omega t - 2\pi/3) + \sin(\omega t - 4\pi/3) = 2 \sin \frac{\omega t - 2\pi/3 + \omega t - 4\pi/3}{2} \cos \frac{\omega t - 2\pi/3 - \omega t + 4\pi/3}{2}$$

$$\sin(\omega t - 2\pi/3) + \sin(\omega t - 4\pi/3) = 2 \sin(\omega t - \pi) \cos(\pi/3) = -\sin(\omega t).$$

Коначно је:

$$u_0(t) = u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = U\sqrt{2}[\sin(\omega t) - \sin(\omega t)] = 0. \quad (8.3)$$

До истог резултата може се доћи и векторским сабирањем фазора U_1 , U_2 и U_3 на слици 8.2. Ово је врло важна особина симетричног трофазног система. Наиме, ако вежемо намотаје генератора тако да крај првог намотаја 1' вежемо са почетком другог намотаја 2, крај другог намотаја 2' са почетком трећег намотаја 3 и крај трећег намотаја 3' са почетком првог намотаја 1, укупан напон у овако повезаном колу увек ће бити једнак нули. То даље значи да ће укупна струја у оваквом колу бити једнака нули, иако у колу сваки намотај има свој напон и своју струју чија је вредност различита од нуле. Оваква веза намотаја назива се **веза у троугао**. Значи, везивањем намотаја генератора у троугао, рад генератора, тј. рад сваког намотаја посебно, уопште се не мења, све се понаша као да имамо три једнофазна генератора. Међутим, напајање потрошача се не мора обављати са шест проводника, за сваку фазу по два, као што је случај са три једнофазна генератора, него само са три проводника.

Како су фазне струје у трофазном уравнотеженом систему померене за исти фазни угао φ у односу на одговарајући фазни напон, то је фазорски дијаграм за струје исти као за напоне, само што је померен за угао φ , као што је и приказано на слици 8.2. Према томе, и збир струја у сваком тренутку такође је раван нули. Овај важан податак практично значи да када сва три почетка (или краја) намотаја повежемо у један чвор (који називамо звездиште), тада је збир струја у том чвору једнак нули. Овај начин везивања назива се **веза у звезду**.

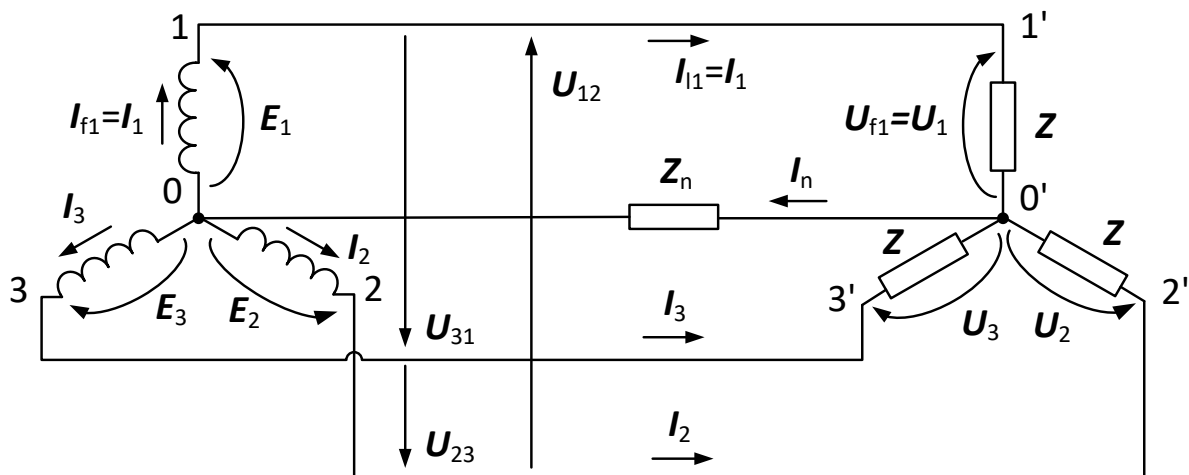
Из наведених особина трофазног симетричног система, јасно је да постоје два специфична начина везивања намотаја, и то, како код генератора, тако и код потрошача: веза у звезду и веза у троугао.

8.2 Трофазно симетрично коло спрегнуто у звезду

На слици 8.3 приказано је трофазно симетрично коло код кога су и извор и пријемник везани у звезду. Чвор 0 ($0'$) је звездиште, а 1, 2 и 3 (односно 1', 2', 3') су излази намотаја фаза

генератора (односно фаза потрошача). Сваки намотај генератора, као носилац једне фазе, назива се **фазни намотај**. Струја у сваком намотају је фазна струја I_f . У сваком намотају генератора индукује се електромоторна сила E_f , а на његовим крајевима је присутан фазни напон U_f .

Помоћу три проводника, који иду од крајева намотаја генератора, остварена је веза генератора са потрошачем - пријемником, који се састоји од три импедансе Z које су везане у звезду као на слици. Ови проводници називају се **линијски водови**, а сва три заједно сачињавају трофазни вод којим се преноси електрична снага. У линијским водовима теку линијске струје I_l , а између линијских водова владају линијски напони U_l . Ако су све три импедансе потрошача једнаке, тада је струја у линији 0-0' (нулти вод) једнака нули $I_n = 0$, те се овај вод у принципу и не користи, тј. не поставља између генератора и потрошача.



Слика 8.3 Трофазно симетрично коло са генератором и потрошачем спрегнутим у звезду.

Да бисмо нашли везу између фазних и линијских струја и напона, као и фазни однос међу њима, потребно је усвојити позитивне смерове електромоторних сила, струја и напона у намотајима и линијским водовима. Обично се, за генератор, као позитивне узимају струје које теку из звездишта (нулте тачке) према потрошачу, а тиме је онда одређен и фазни напон на крајевима намотаја, који се рачуна у односу на звездиште. Линијске струје имају смер од генератора ка потрошачу, а линијски напони имају смер одређен тако да је излаз генераторовог намотаја прве фазе позитиван у односу на излаз друге фазе, излаз друге је позитиван у односу на излаз треће и излаз треће позитиван у односу на излаз прве фазе. Да би се избегла грешка при одређивању фазног става између фазних и линијских величина, треба се стриктно придржавати наведених ознака на слици 8.3.

По својој конструкцији, веза у звезду јасно указује да су линијска и фазна струја генератора и потрошача једнаке:

$$I_l = I_f.$$

Према ознакама са слике 8.3 следе везе између линијских и фазних напона:

$$U_{12} = U_1 - U_2,$$

$$U_{23} = U_2 - U_3,$$

$$\text{и } U_{31} = U_3 - U_1.$$

За линијски напон U_{12} добија се:

$$U_{12} = U_1 - U_2 = U_f - U_f e^{-j2\pi/3} = U_f (1 - e^{-j2\pi/3}) = U_f [1 - (\cos(-2\pi/3) + j \sin(-2\pi/3))],$$

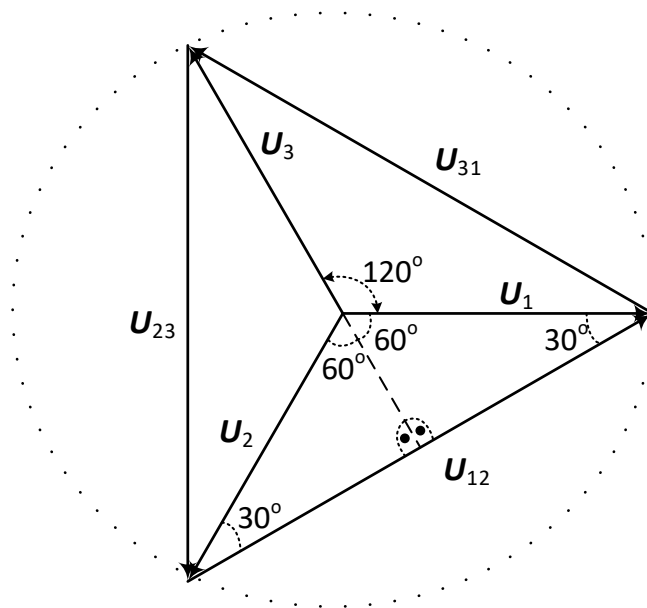
$$U_{12} = U_f [1 - \cos(-2\pi/3) - j \sin(-2\pi/3)] = U_f [1 + 1/2 + j\sqrt{3}/2] = U_f (3/2 + j\sqrt{3}/2),$$

$$U_{12} = U_f \sqrt{3} (\sqrt{3}/2 + j1/2) = \sqrt{3} U_f \cdot e^{j\pi/6}$$

Аналогним поступком могу се одредити и фазори преостала два линијска напона:

$$U_{23} = \sqrt{3} U_f \cdot e^{-j\pi/2} \text{ и } U_{31} = \sqrt{3} U_f \cdot e^{j5\pi/6}$$

и представити на фазорском дијаграму на слици 8. 4.



Слика 8.4 Фазорски дијаграм линијских и фазних напона директног трофазног система.

Очигледно, линијски напони фазно предњаче одговарајућим фазним напонима за 30 степени. По амплитуди, линијски напон је $\sqrt{3}$ пута већи од фазног напона.

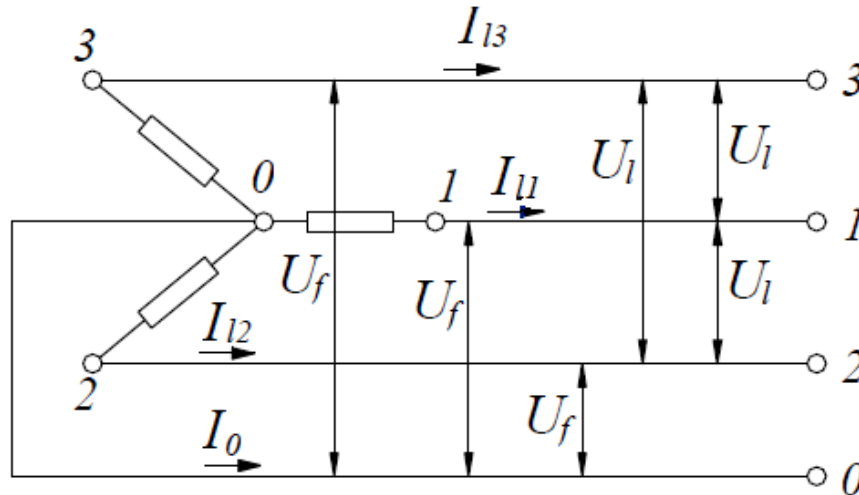
Дакле, веза између ефективних (а и тренутних) вредности линијских и фазних величина код спреге у звезду је:

$$I_l = I_f \text{ и } U_l = \sqrt{3} \cdot U_f \quad (8.4)$$

Линијске и фазне струје међусобно су једнаке, а линијски напони су $\sqrt{3}$ пута већи од фазних напона.

Код везе у звезду понекада се користи и четврти (нулти) проводник („нула“). То је чест случај код градских нисконапонских мрежа. Напон између нултог и било којег фазног проводника је фазни напон U_f , а напон између било која два фазна проводника је међуфазни или линијски напон U_l . Оваква мрежа располаже са два напона – фазним и линијским, као што је назначено на слици 8.5. Они су стандардизовани и у нисконапонским мрежама износе $U_f=231V$ и $U_l=400V$. На фазни напон прикључују се потрошачи мање снаге: сијалице, разне машине алатке, фрижидери, телевизори и други кућни апарати, а на линијски јачи потрошачи: шпорети, мотори и остали трофазни потрошачи. Трофазни потрошачи су симетрични потрошачи (имају исте импедансе по фазама). Да би струја у

нултом воду градске мреже била једнака нули, мора бити једнака расподела оптерећења по фазама, тј. морали би бити прикључени једнаки једнофазни потрошачи између сваког фазног проводника и нуле. Како то обично није случај, и кроз нулти проводник ће тећи извесна струја, која је обично знатно мања од линијских струја, па попречни пресек нултог проводника може бити мањи од пресека линијских проводника.



Слика 8.5 Веза у звезду са нултим проводником – градска мрежа.

8.3 Трофазно симетрично коло спрегнуто у троугао

На слици 8.6 приказан је симетрични трофазни пријемник повезан на симетрични трофазни генератор. Намотаји генератора и импедансе пријемника спрегнути су у троугао. Са 1, 2 и 3 означени су излази фаза (намотаја) генератора, а са 1', 2' и 3' контакти фаза пријемника. Са слике је очигледно да су фазни напони једнаки линијским напонима:

$$U_{12} = U_1 .$$

$$U_{23} = U_2$$

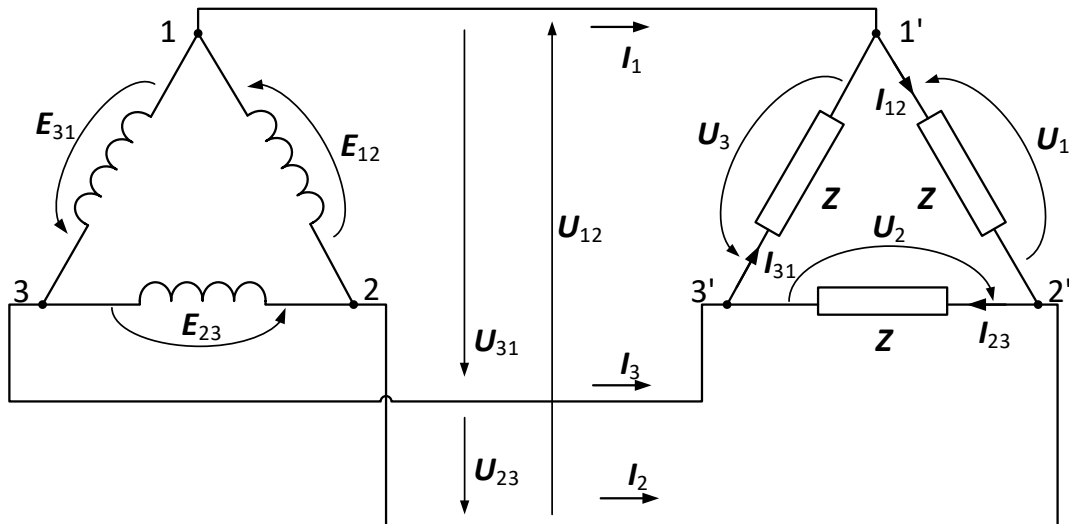
$$U_{31} = U_3$$

Применом I Кирхофовог закона добијамо везу између линијских и фазних струја:

$$\text{за чвор } 1' : I_1 = I_{12} - I_{31}$$

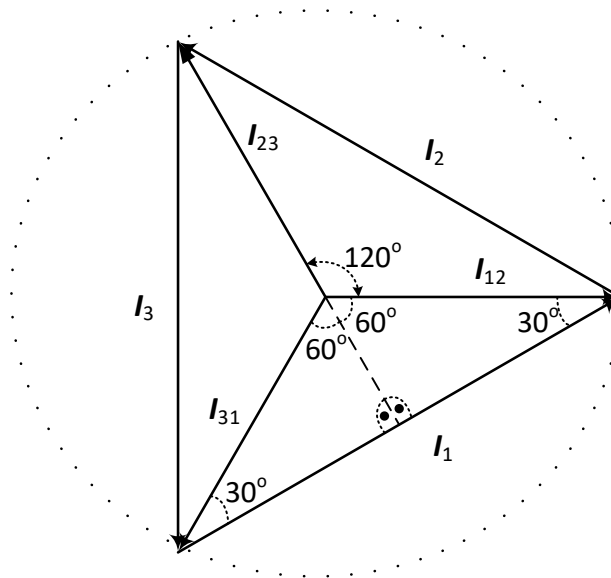
$$\text{за чвор } 2' : I_2 = I_{23} - I_{12}$$

$$\text{за чвор } 3' : I_3 = I_{31} - I_{23}$$



Слика 8.6 Трофазно симетрично коло са генератором и потрошачем спрегнутим у троугао.

Примјењујући исту процедуру као код одређивања линијских напона за везу у звезду, добија се за спрегу у троугао: $I_l = \sqrt{3} \cdot I_f$. Дата релација се може извести и геометријски са фазорског дијаграма на слици 8.7.



Слика 8.7 Фазорски дијаграм линијских и фазних струја директног трофазног система.

Како је у питању симетричан трофазни потрошач спрегнут на симетричан трофазни систем све три фазне струје су једнаке по амплитуди, $I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_f$.

Из троугла $\Delta(I_1 I_{12} I_{31})$ следи:

$$\sin 60^\circ = \frac{I_f / 2}{I_l} = \frac{I_f}{2I_l}$$

Како је $I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_f$ и $I_1 = I_2 = I_3 = I_l$ добија се:

$$I_1 = I_l = 2I_{12} \sin 60^\circ = 2I_f \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}I_f$$

Дакле, веза између ефективних (а и тренутних) вредности линијских и фазних величина код спреге у троугао је:

$$I_l = \sqrt{3} \cdot I_f \text{ и } U_l = U_f \quad (8.5)$$

Линијски и фазни напони су међусобно једнаки, а линијске струје су $\sqrt{3}$ пута веће од фазних струја. Линијске струје фазно касне за 30° за одговарајућим фазним струјама.

8.4 Снага трофазног симетричног кола

Тренутна снага трофазног система једнака је збиру тренутних снага сваке фазе понаособ:

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) + p_3(t).$$

За симетричан директан трофазни систем и симетричан претежно индуктивни пријемник тренутне снаге по фазама су:

$$p_1(t) = u_1(t) \cdot i_1(t) = \sqrt{2} \cdot U_f \sin(\omega t) \cdot \sqrt{2} \cdot I_f \sin(\omega t - \varphi)$$

$$p_1(t) = U_f I_f [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

$$p_2(t) = u_2 \cdot i_2 = \sqrt{2} \cdot U_f \sin(\omega t - 2\pi/3) \cdot \sqrt{2} \cdot I_f \sin(\omega t - \varphi - 2\pi/3)$$

$$p_2(t) = U_f I_f [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi - 4\pi/3)]$$

$$p_3(t) = u_3 \cdot i_3 = \sqrt{2} \cdot U_f \sin(\omega t - 4\pi/3) \cdot \sqrt{2} \cdot I_f \sin(\omega t - \varphi - 4\pi/3)$$

$$p_3(t) = U_f I_f [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi - 8\pi/3)]$$

где је φ угао између напона и струје у свакој фази пријемника.

Збир других чланова у претходним изразима је нула у сваком тренутку, па је тренутна снага трофазног система константна и независна од времена, $p(t) = 3U_f I_f \cos \varphi$, иако се тренутна вредност снаге сваке фазе мења у времену са учестаношћу 2ω . Такође, тренутна снага трофазног симетричног система уједно је и његова средња, односно активна снага P , пошто је средња вредност константе сама та константа, тј.

$$\overline{p(t)} = P = 3U_f I_f \cos \varphi. \quad (8.6)$$

Претходни израз је изведен не водећи рачуна о начину везивања потрошача (или генератора), па важи и за спрегу у троугао и за спрегу у звезду.

Уобичајено је да се средња снага изражава преко линијских струја и напона, јер се њихове величине лакше могу мерити. Да бисмо ово учинили, претпоставимо прво случај везе у звезду. Тада важи:

$$I_l = I_f \text{ и } U_l = \sqrt{3} \cdot U_f,$$

па израз за средњу снагу звезде постаје:

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cos \varphi = 3 \left(\frac{U_l}{\sqrt{3}} \right) \cdot I_l \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cos \varphi. \quad (8.7)$$

За везу у троугао важи:

$$I_l = \sqrt{3} \cdot I_f \text{ и } U_l = U_f ,$$

па се поново добија:

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi = 3 \cdot U_l \cdot \left(\frac{I_l}{\sqrt{3}}\right) \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos \varphi . \quad (8.8)$$

Дакле, израз за средњу снагу је исти и за везу у звезду и за везу у троугао, без обзира да ли се снага изражава преко фазних или преко линијских величина. То, међутим, не значи да је снага једног потрошача иста ако је он везан у звезду или у троугао. Напротив, снага неког потрошача три пута је већа ако је он везан у троугао него када је везан у звезду. Треба поћи од тога да је струја кроз одређену фазу потрошача једнака односу фазног напона и импедансе у тој фази. Код везе у троугао фазни напон једнак је линијском и он је $\sqrt{3}$ пута већи од фазног напона када би та импеданса била везана у звезду. Дакле, и фазна струја (струја кроз импедансу) је $\sqrt{3}$ пута већа код везе у троугао него код везе у звезду. Како су код везе у троугао и фазни напон и фазна струја $\sqrt{3}$ пута већи од фазног напона и фазне струје везе у звезду, то је снага потрошача спрегнутог у троугао три пута већа од снаге тог истог потрошача спрегнутог у звезду.

Укупна комплексна снага трофазног симетричног система може се добити као збир комплексних снага појединих фаза, што даје:

$$S = 3U_f I_f \cos \varphi + j3U_f I_f \sin \varphi = P + jQ \quad (8.9)$$

где је:

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos \varphi [\text{W}] \text{ укупна активна снага,} \quad (8.10)$$

$$Q = 3U_f I_f \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \sin \varphi [\text{VAr}] \text{ укупна реактивна снага,} \quad (8.11)$$

$$S = 3U_f I_f = \sqrt{3} \cdot U_l I_l [\text{VA}] \text{ укупна привидна снага.} \quad (8.12)$$

Наведено важи само за **симетрични трофазни** систем, дакле када су импедансе све три фазе исте, па, сходно томе, исти су и интензитети струја све три фазе као и фазни помераји φ између фазних напона и фазних струја. Код несиметричних трофазних система активна, реактивна и привидна снага морају се одредити за сваку фазу посебно, а укупна снага биће једнака њиховом збиру. Тако би укупна активна снага несиметричног трофазног потрошача била:

$$P = U_{f1} I_{f1} \cos \varphi_1 + U_{f2} I_{f2} \cos \varphi_2 + U_{f3} I_{f3} \cos \varphi_3 , \quad (8.13)$$

где су U_{fi} , I_{fi} и $\cos \varphi_i$, $i=1,3$ фазни напон, фазна струја и фактор снаге сваке фазе, респективно. Аналогно се одређују и реактивна и привидна снага несиметричног трофазног потрошача.

8.5 Формирање обртног магнетног поља помоћу трофазног намотаја

Једна од основних особина Теслиних полифазних система је што се помоћу њих може остварити обртно магнетно поље, које је у стању да обрће проводно тело, ако се оно налази у овом пољу. Статор мотора представља шупљи ваљак од гвозденог лима. По унутрашњем ободу статора су жљебови. У жљебове се постављају намотаји изоловане бакарне жице.

Поставимо намотаје на следећи начин: први намотај, чији су крајеви 1-1' (слика 8.8.а), поставимо тако да се његова оса поклапа са x -осом, други намотај, чији су крајеви 2-2', поставимо тако да је његова оса померена уназад за $2\pi/3$ (-120°), а осу трећег намотаја 3-3', померимо уназад за $2\pi/3$ у односу на други намотај.

Ако намотаје прикључимо на трофазни симетрични систем, кроз намотаје ће протећи струје:

$$1-1' \rightarrow i_1(t) = I_m \cos(\omega t)$$

$$2-2' \rightarrow i_2(t) = I_m \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

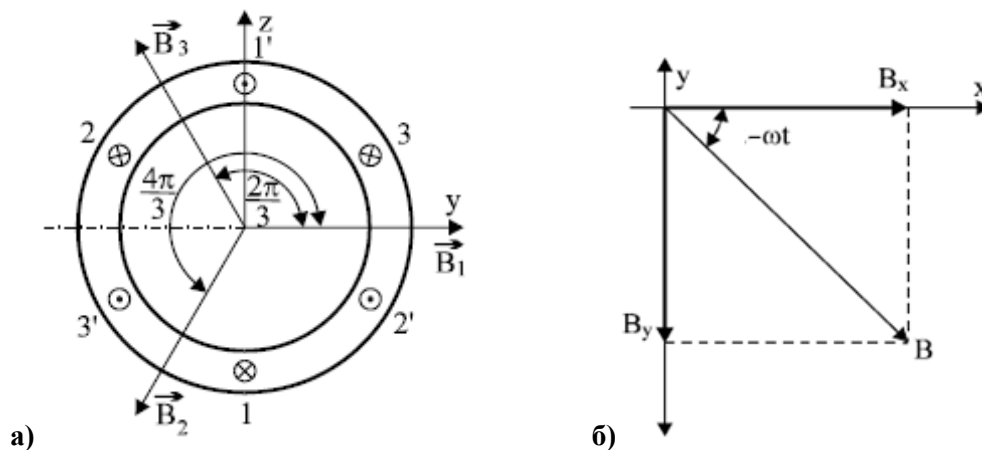
$$3-3' \rightarrow i_3(t) = I_m \cos(\omega t - 4\pi/3)$$

Ове три струје стварају три магнетна поља, чије су индукције сразмерне струјама и у фази са њима:

$$i_1(t) \rightarrow B_1(t) = B_m \cos(\omega t)$$

$$i_2(t) \rightarrow B_2(t) = B_m \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

$$i_3(t) \rightarrow B_3(t) = B_m \cos(\omega t - 4\pi/3)$$



Слика 8.8: а) Трофазни намотај статора и б) резултантно магнетно поље.

Дакле, унутар статора постоје три магнетна поља. Да бисмо одредили резултантно поље, одредимо најпре x и y компоненту сваког од ова три поља понаособ, а затим их саберимо:

$$B_x(t) = B_1(t) + B_2(t) \cos \frac{4\pi}{3} + B_3(t) \cos \frac{2\pi}{3} = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t)$$

$$B_y(t) = B_2(t) \sin \frac{4\pi}{3} + B_3(t) \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{3}{2} B_m \sin(\omega t) .$$

Компоненте резултантне индукције, B_x и B_y , су простопериодичне функције времена, са истим амплитудама B_m и фазама у квадратури, као што је приказано на слици 8.8.б. Претходне две једначине су параметарске једначине кружнице полупречника B_m . Интензитет резултантне индукције је

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 B_m^2 (\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t))} = \frac{3}{2} B_m,$$

а угао

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_y}{B_x} = -\operatorname{tg}(\omega t) = \operatorname{tg}(-\omega t), \text{ тј. } \alpha = -\omega t .$$

Уочава се да тренутна вредност индукције има сталну јачину, а да нагибни угао зависи од времена. Унутар статора постоји *обртно магнетно поље*, у коме се вектор магнетне индукције \mathbf{B} обрће угаоном брзином ω , где је ω кружна фреквенција струје кроз намотаје статора. Брзина обртања магнетног поља назива се *синхрона брзина* $n_s = 60 f_1$ [ob/min], где је f_1 фреквенција струје статора. Ако статорски намотај има више пари полова p по свакој фази онда је синхрона брзина

$$n_s = \frac{60 f_1}{p} [\text{ob/min}].$$

Променом било које две фазе, тј. пропуштањем струје једне фазе кроз намотај друге фазе или обрнуто, промениће се и смер обраћа магнетног поља статора.

Изводи из рецензија

„ ...Рукопис је намењен студентима техничких факултета којима Електротехника није матична струка, па је начин излагања материје добро прилагођени очекиваном предзнању и потребама студената, али и наставном фонду часова. Обим и дубина теоријских разматрања су довољни да читаоцу дају солидну основу за праћење литературе из ове области. Свака обрађена тема је пропраћена решеним примерима и задацима, који изложу теорију примењују на решавање конкретних проблема из домена примене електричних машина. Акцент у излагању материје је стављен на кориснички поглед на свет електричних машина, што је апсолутно примерено циљној групи читалаца као будућих корисника ових машина.

Рецензент сматра да се рукопис бави значајном проблематиком примене електричних машина на савремен, едукативан и практичан начин и да ће његово објављивање помоћи у првом реду студентима Машинства, али и других "нематичних" техничких факултета, у савладавању ове обимне и комплексне материје. Књигу могу користити и инжењери "нематичних" техничких дисциплина који у свом раду користе неке од описаних електричних машина... “

Проф др Предраг Осмокровић,
редовни професор Електротехничког факултета у Београду у пензији

„ ... Конструкциони детаљи и теорија рада машина презентовани су у обиму који је довољан да читаоцу пружи основу за даље праћење литературе из ове области. Акцент је стављен на практичној примени електричних машина, па су углавном приказиване улазне и излазне карактеристике машина, јер оне кориснику на брз, разумљив и једноставан начин указују на то како машина интерагује са својим окружењем и где се може применити

У књизи су приказане типичне врсте "класичних" електричних машина. Сматрам да су аутори успели да комплексну проблематику функционисања и примене електричних машина изложе на једноставан и читаоцу разумљив начин, а да при томе излагање задржи и научну коректност и практични приступ... “

Проф др Зоран Лазаревић,
редовни професор Електротехничког факултета у Београду