

TATJANA LAZOVIĆ

# MAŠINSKI ELEMENTI

# 1

## zbirka zadataka



Dr Tatjana M. Lazović, dipl.inž.maš.

Redovni profesor na Katedri za Opšte mašinske konstrukcije  
Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

## MAŠINSKI ELEMENTI 1 – Zbirka zadataka

III izdanje

*Recenzenti:*

Prof.dr Radivoje Mitrović, Mašinski fakultet Beograd  
Prof.dr Mileta Ristivojević, Mašinski fakultet Beograd

*Izdavač:*

MAŠINSKI FAKULTET  
Univerziteta u Beogradu,  
Ul. Kraljice Marije br.16, Beograd  
Tel.: (011) 3370 760  
Fax.: (011) 3370 364

*Za izdavača:*

Prof.dr Radivoje Mitrović, dekan

*Glavni i odgovorni urednik:*

Prof.dr Milan Lečić

Odobreno za štampu odlukom Dekana Mašinskog fakulteta u Beogradu  
br. 11/2020 od 13.07.2020.

ISBN 978-86-6060-048-8

*Tiraž:* 300 primeraka

*Štampa:*

PLANETA – print

---

*Zabranjeno preštampavanje i fotokopiranje  
Sva prava zadržava izdavač i autor*

U N I V E R Z I T E T U B E O G R A D U

Tatjana Lazović

# MAŠINSKI ELEMENTI 1

z b i r k a z a d a t a k a

M A Š I N S K I F A K U L T E T

Beograd, 2020

## Predgovor I izdanju

Zbirka zadataka iz Mašinskih elemenata 1 je pomoćni udžbenik namenjen studentima mašinstva u cilju njihovog lakšeg i boljeg ovladavanja znanjima iz ovog predmeta.

Sadržaj knjige je podeljen u četiri dela. Zadaci su dati u prvom delu i grupisani su po odgovarajućim poglavljima, a u skladu sa nastavnim programom predmeta Mašinski elementi 1 na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu. U okviru svakog poglavlja, zadaci su raspoređeni od jednostavnijih ka složenijim.

Drugi deo zbirke čine rešenja zadataka. U slučajevima jednostavnijih zadataka, data su samo konačna rešenja. Kod složenijih zadataka, delimično je dat postupak rešavanja, rešenja pojedinih koraka postupka rešavanja, a prikazani su i podaci usvojeni iz odgovarajućih tablica. Pojedina rešenja su detaljno ilustrovana.

Kombinovani zadaci, koji delimično ili potpuno obuhvataju sadržaj kursa iz Mašinskih elemenata 1, dati su u trećem poglavlju. Oni predstavljaju odabrane ispitne zadatke, koje je autor pripremala u prethodnih nekoliko godina održavanja nastave iz Mašinskih elemenata 1 na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu. Uz kombinovane zadatke detaljno su prikazani postupci rešavanja sa rezultatima.

Tablice sa podacima potrebnim za rešavanje zadataka nalaze se u četvrtom delu zbirke. Sadržaj tabličnog materijala je ograničenog obima, prilagođen primeni u ovoj zbirci.

Metodologija proračuna mašinskih elemenata, izrazi, termini, oznake, kao i tablični podaci u prilogu zbirke usklađeni su sa materijom izloženom u udžbeniku prof. dr M. Ognjanovića „Mašinski elementi“, u izdanju Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu.

S obzirom da se radi o prvom izdanju knjige, autor je svesna postojanja izvesnih grešaka, prvenstveno u domenu tehničke obrade teksta. Korisnici se ljubazno pozivaju da ukažu na uočene greške, kao i da daju svoje komentare i korisne sugestije na adresu [me1zbirka@gmail.com](mailto:me1zbirka@gmail.com), na koje će autor sa zadovoljstvom odgovoriti.

U Beogradu, februara 2013.

*Autor*

## **Predgovor II izdanju**

U drugom izdanju su ispravljene sve do sada uočene greške. Zbirka je dopunjena odabranim kombinovanim zadacima (VI, VII i VIII), pripremanim od strane autora, za ispite iz Mašinskih elemenata 1, održane na Mašinskom fakultetu u Beogradu, u periodu između dva izdanja. Tablice 5, 8 i 9 su izmenjene i/ili dopunjene.

Autor će biti veoma zahvalna korisnicima ove knjige, ako ukažu na uočene greške i daju komentare i sugestije u vezi sa sadržajem (adresa: [me1zbirka@gmail.com](mailto:me1zbirka@gmail.com)), što će doprineti poboljšanju kvaliteta zbirke u narednom izdanju.

U Beogradu, septembra 2016.

*Autor*

## **Predgovor III izdanju**

U trećem izdanju su ispravljene sve u međuvremenu uočene greške. Zbirka je dopunjena sa još četiri detaljno rešena ispitna zadatka. Poglavlje o standardnim brojevima i standardnim dužinskim merama je svedeno na jedan zadatak.

Metodologija proračuna mašinskih elemenata, izrazi, termini, oznake, kao i većina tabličnih materijala u prilogu zbirke usklađeni su sa materijom izloženom u udžbeniku „Mašinski elementi 1“ grupe autora (prof. dr Radivoje Mitrović, prof. dr Mileta Ristivojević i prof. dr Božidar Rosić) sa Katedre za Opšte mašinske konstrukcije Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, kao i sa materijom izloženom u udžbeniku prof. dr M. Ognjanovića „Mašinski elementi“, u izdanju Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Korisnici izdanja se ljubazno pozivaju da ukažu na uočene greške, kao i da daju svoje, autoru uvek dobrodošle, komentare i korisne sugestije na adresu [me1zbirka@gmail.com](mailto:me1zbirka@gmail.com).

U Beogradu, jula 2020.

*Autor*

# SADRŽAJ

## Zadaci

1. Standardni brojevi i standardne dužinske mere.....	1
2. Tolerancije i naleganja .....	2
3. Opterećenja, naprezanja, naponi i stepen sigurnosti .....	7
4. Vratila, osovine i klinovi.....	15
5. Kotrljajni i klizni ležaji .....	30
6. Navoji i navojni parovi.....	40

<b>Rešenja zadataka .....</b>	<b>53</b>
-------------------------------	-----------

## Rešeni ispitni zadaci

I .....	83
II .....	89
III .....	95
IV .....	103
V .....	110
VI .....	117
VII .....	124
VIII .....	131
IX .....	139
X .....	146
XI .....	153
XII .....	161

<b>Prilog .....</b>	<b>167</b>
---------------------	------------

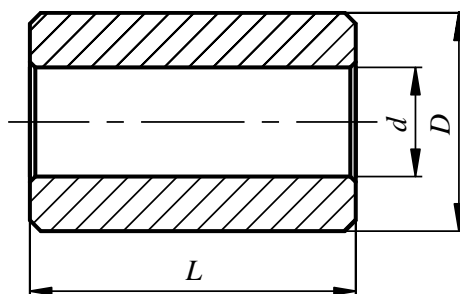
<b>Literatura.....</b>	<b>195</b>
------------------------	------------

**ZADACI**

## 1.

**STANDARDNI BROJEVI I  
STANDARDNE DUŽINSKE MERE**

- 1.1.** Na osnovu proračuna čvrstoće, dobijene su dimenzije čaure prikazane na slici 1.1:  $d$  – unutrašnji prečnik i  $D$  – spoljašnji prečnik. Odrediti nazivne vrednosti ovih dimenzija prema zadatom redu standardnih brojeva.



Slika1.1

Red	$d$ mm	$D$ mm
		35
a)	Ra5	
b)	Ra10	
c)	Ra20	
d)	Ra40	
e)	Ra80	



## 2.

## TOLERANCIJE I NALEGANJA

**2.1.** Odrediti toleranciju i granične mere (donju i gornju) tolerisanih mera\*:

- |  |  |
|--|--|
| a) $23 \pm 0,1$ ;  | b) $52 \begin{smallmatrix} 0 \\ -0,025 \end{smallmatrix}$ ;      |
| c) $14 \begin{smallmatrix} 0,041 \\ 0 \end{smallmatrix}$ ;       | d) $10 \begin{smallmatrix} +0,020 \\ -0,015 \end{smallmatrix}$ ; |
| e) $63 \begin{smallmatrix} -0,002 \\ -0,022 \end{smallmatrix}$ ; | f) $80 \begin{smallmatrix} +0,010 \\ \end{smallmatrix}$ ;        |
| g) $105 \begin{smallmatrix} 0 \\ -0,05 \end{smallmatrix}$ ;      | h) $2 \pm 0,005$ .   |

**2.2.** Odrediti granična odstupanja i toleranciju, ako su poznate nazivna mera i granične mere (donja i gornja)\*:

- |              |                 |                   |
|--------------|-----------------|-------------------|
| a) $d = 70$  | $d_d = 69,990$  | $d_g = 70,015$ ;  |
| b) $d = 130$ | $d_d = 129,952$ | $d_g = 130$ ;     |
| c) $d = 63$  | $d_d = 62,958$  | $d_g = 62,998$ ;  |
| d) $d = 12$  | $d_d = 12$      | $d_g = 12,006$ ;  |
| e) $D = 5$   | $D_d = 5,002$   | $D_g = 5,012$ ;   |
| f) $D = 19$  | $D_d = 18,986$  | $D_g = 19$ ;      |
| g) $D = 45$  | $D_d = 44,98$   | $D_g = 45,02$ ;   |
| h) $D = 111$ | $D_d = 110,967$ | $D_g = 111,010$ . |

---

\*) Sve mere su izražene u mm

- a)  $d = 4^{+0,012}$        $d_s = 4,02$ ;  
 b)  $d = 29_{-0,084}$        $d_s = 28,906$ ;  
 c)  $D = 71^{+0,012}$        $D_s = 70,99$ ;  
 d)  $D = 90^{+0,3}$        $D_s = 90,7$ ;  
 e)  $d = 115_{-0,400}^{-0,180}$        $d_s = 114,28$ .

**2.6.** Grafički prikazati tolerancijska polja i uneti nazivnu meru, granične mere, granična odstupanja i visinu tolerancijskog polja\* :

- a)  $d = 10 \text{ h}6$ ;  
 b)  $D = 50 \text{ G}5$ ;  
 c)  $D = 67 \text{ H}9$ ;  
 d)  $d = 93 \text{ u}7$ ;  
 e)  $d = 111 \text{ c}10$ ;  
 f)  $D = 154 \text{ E}8$ .

**2.7.** Grafički prikazati tolerancijska polja i na osnovu izmerene stvarne mere utvrditi da li je mašinski deo ispravan ili nije. Ako deo nije ispravan, konstatovati da li se može doraditi?\*

- a)  $d = 40 \text{ j}_s9$        $d_s = 40,04$ ;  
 b)  $d = 15 \text{ g}6$        $d_s = 14,998$ ;  
 c)  $D = 120 \text{ H}10$        $D_s = 120,2$ ;  
 d)  $D = 75 \text{ F}8$        $D_s = 75,054$ ;  
 e)  $D = 83 \text{ U}8$        $D_s = 82,83$ ;  
 f)  $d = 111 \text{ f}7$        $d_s = 110,92$ .

---

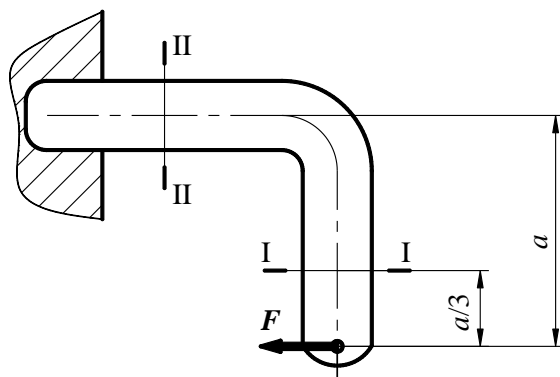
\*) Sve mere su izražene u mm

## 3.

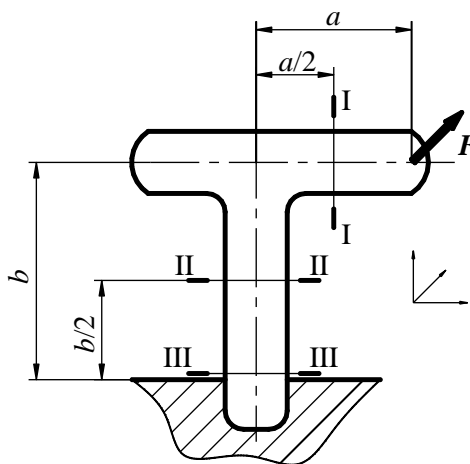
OPTEREĆENJA, NAPREZANJA,  
NAPONI I STEPEN SIGURNOSTI

**3.1.** Prikazati dijagrame napadnih opterećenja i odrediti vrednosti napadnih opterećenja u zadatim poprečnim presecima nosača a) i b) sa slike:

a)



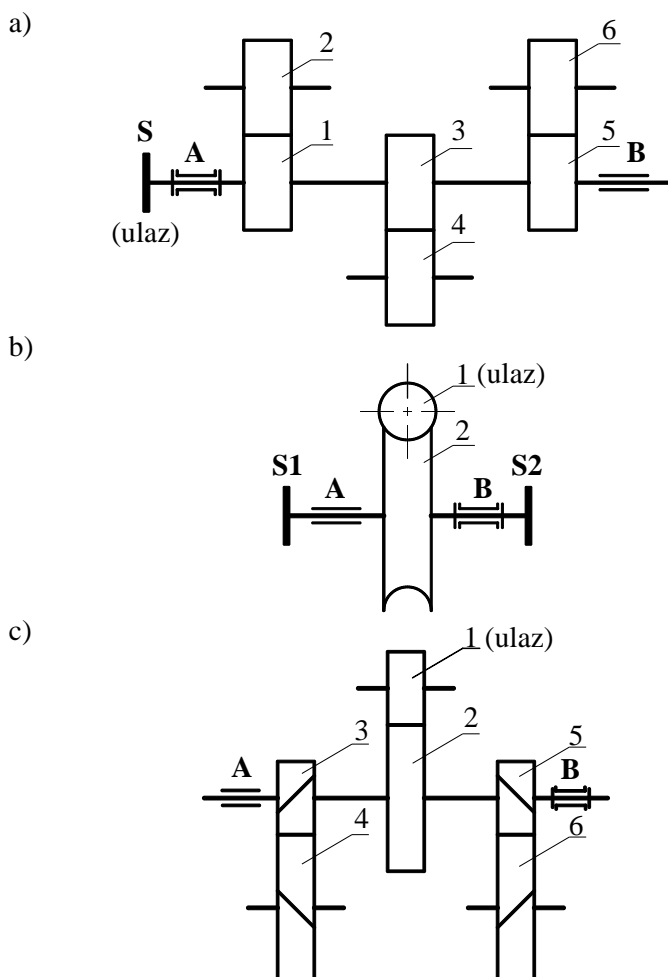
b)



## 4.

VRATILA, OSOVINE  
I KLINOVI

4.1. Za vratilo AB prikazati dijagrame obrtnog momenta:



## 5.

## KOTRLJAJNI IKLIZNI LEŽAJI

5.1. Popuniti tablicu podacima o kotrljajnim ležajima zadatih oznaka:

	Oznaka ležaja	Naziv	$d$ mm	$D$ mm	$B$ mm	$C$ kN	$C_0$ kN
a)	6306						
b)	22309						
c)	NA4907						
d)	30310						
e)	7216						
f)	3308						
g)	1212						
h)	N317						

**6.****NAVOJI I NAVOJNI PAROVI**

**6.1.** Odrediti osnovne geometrijske karakteristike navoja, na osnovu oznake:

- a) M10;
- b) M8x1;
- c) M16 – 7H;
- d) M12x1,25 – 5f;
- e) M12 – 6g7f;
- f) M20x5P2,5 – 7h;
- g) Tr36x6;
- h) Tr48 – LH.

**6.2.** Odrediti hod i ugao nagiba srednje zavojnice navoja M20, ako je navoj:

- a) jednostruki;
- b) dvostruki.

**6.3.** Odrediti redukovani koeficijent trenja, redukovani ugao trenja, ugao nagiba zavojnice navoja i proveriti samokočivost navoja navojnog para:

- a) M16 (koeficijent trenja u navojnom spoju  $\mu = 0,16$ );
- b) Tr16 (koeficijent trenja u navojnom spoju  $\mu = 0,15$ );
- c) Tr18x8P2 (koeficijent trenja u navojnom spoju  $\mu = 0,15$ ).

**6.4.** Odrediti napone (površinski i zapreminske) u navojcima navoja Tr40 navojnog spoja, ako je opterećenje jednog navojka  $F_1 = 1$  kN. Faktor smanjenja noseće površine navoja je  $\xi_k = 0,75$ .

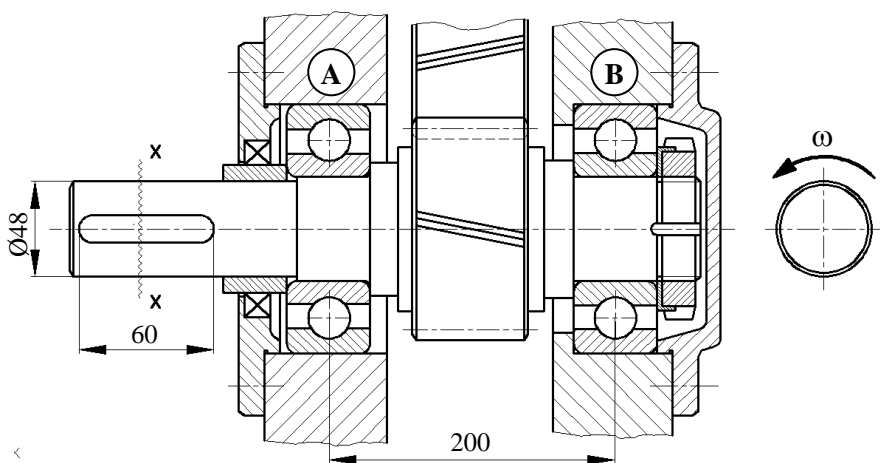
# REŠENJA

# REŠENI ISPITNI ZADACI



## I

Izlazno vratilo prenosnika snage je prikazano na slici 1. U osloncima A i B vratila se nalazi po jedan prsteni jednoredi kuglični kotrljajni ležaj 6310. Na sredini raspona između oslonaca vratila, nalazi se cilindrični zupčanik sa kosim zupcima ( $T = 330 \text{ Nm}$ ;  $F_r = 2300 \text{ N}$ ;  $F_a = 1275 \text{ N}$ ;  $d_w = 110 \text{ mm}$ ).

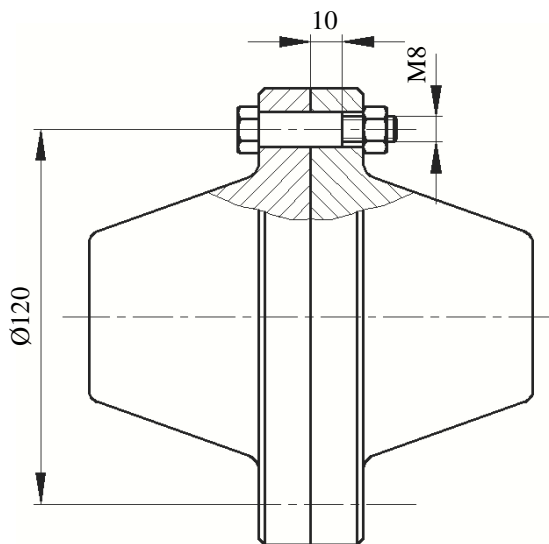


Slika 1.

1. Grafički prikazati naleganje unutrašnjeg prstena kotrljajnog ležaja A i rukavca vratila. Odstupanja prečnika unutrašnjeg prstena ležaja su:  $ES = 0$  i  $EI = -0,012$ , a odstupanja prečnika rukavca vratila su određena poljem **k6**.
2. Prikazati šemu opterećenja vratila u dve međusobno upravne ravni i dijagrame napadnih opterećenja vratila:  $F_a$  i  $T$ .
3. Izabrati prizmatični klin bez nagiba sa zaobljenjem (tip A) za prenošenje obrtnog momenta sa vratila na glavčinu spojnice i proveriti njegovu površinsku čvrstoću. Materijal klina je čelik **Č 0545 (E295)**.
4. Proveriti stepen sigurnosti vratila na mestu spojnice (u preseku **x-x**). Materijal vratila je **Č0545 (E295)**. Faktor dinamičke čvrstoće vratila u

posmatranom poprečnom preseku je **2**. Vratilo u toku rada često menja smer obrtanja.

5. Odrediti odnos radnog veka ležaja u osloncima **A** i **B**.
6. Na vratilo sa slike 1 treba ugraditi krutu spojnicu (Slika 2). Obodi spojnice su spojeni sa **6** zavrtnjeva **M8**, klase čvrstoće materijala **3.6**. Proveriti stepene sigurnosti zavrtnjeva, pod pretpostavkom ravnomerne raspodele opterećenja na sve zavrtnje grupe zavrtnajske veze.



Slika 2.

## R e š e n j e

1.

Odstupanja spoljašnje mere u naleganju unutrašnjeg prstena ležaja i rukavca vratila:  $\text{Ø}50\text{k}6 = \text{Ø}50_{0,002}^{0,018}$ .

Tolerancije unutrašnje i spoljašnje mere:  $T = 0,012$  i  $t = 0,016$ .

Tolerancija naleganja:

$$T_n = P_g - P_d = 0,030 - 0,002 = 0,028 \text{ mm};$$

$$T_n = T + t = 0,012 + 0,016 = 0,028 \text{ mm}.$$

**LITERATURA**

1. Mitrović, R., Ristivojević, M., Rosić, B.: Mašinski elementi 1, Mašinski fakultet, Beograd, 2019.
2. Ognjanović, M.: Mašinski elementi, Mašinski fakultet, Beograd, 2014.
3. Veriga, S.: Mašinski elementi, I i II, Mašinski fakultet, Beograd, 1990.
4. Krsmanović, V., Mitrović, R.: Klizni i kotrljajni ležaji, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Zavod za udžbenike, Beograd, 2015.
5. Mitrović, R., Ristivojević, M.: Tolerancije, Biblioteka Mašinstvo, Priručnik br.8, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 2004.
6. Ristivojević, M.: Navojni spojevi, Biblioteka Mašinstvo, Priručnik br.9, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 2003.
7. Mitrović, R.: Kotrljajni ležaji, Biblioteka Mašinstvo, Priručnik br.12, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 2004.
8. Mitrović, R.: Klizni ležaji, Biblioteka Mašinstvo, Priručnik br.13, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 2003.
9. Plavšić, N., Ristivojević, M., Mitrović, R., Rosić, B., Subić, A.: Mašinski elementi – Zbirka zadataka, Mašinski fakultet, Beograd, 1990.
10. Plavšić, N., Janković, M., Ristivojević, M., Mitrović, R., Rosić, B., Obradović, P.: Mašinski elementi – Zbirka rešenih ispitnih zadataka, Mašinski fakultet, Beograd, 2000.

11. Plavšić, N., Ristivojević, M., Mitrović, R., Rosić, B., Janković, M., Obradović, P.: *Mašinski elementi – Priručnik za vežbe*, Mašinski fakultet, Beograd, 2006.
12. Ristivojević, M., Mitrović, R., Lazović, T.: *Mašinski elementi 1 – za drugi razred mašinske škole*, Zavod za udžbenike, Beograd, 2004.
13. Mitrović, R., Ristivojević, M., Stamenić, Z.: *Mašinski elementi 2 – za treći razred mašinske škole*, Zavod za udžbenike, 2006.
14. Plavšić, N., Šijački-Žeravčić, V., Stamenić, Z.: *Tablice mašinskih materijala, profila, limova i žica*, Mašinski fakultet, Beograd, 2004.
15. Зинин, Б.С., Ройтенберг, Б.Н.: *Сборник задач по допускам и техническим измерениям*, Высшая школа, Москва, 1988.
16. Леликов, О.П.: *Основы расчета и проектирования узлов машин*, Машиностроение, Москва, 2007.
17. Decker, K.-H.: *Maschinen-elemente*, Carl Hanser Verlag, München, Wien, 2001.
18. *Rolling bearings in industrial gearboxes*, Publ.4560 E, SKF, 1997.
19. *Bearing arrangements*, Publ.4300, SKF Group, 1995.
20. *SKF General catalogue 6000 EN*, SKF Group, 2005.
21. *INA-FAG Rolling Bearings Catalogue*, Schaeffler Group, 2008.