

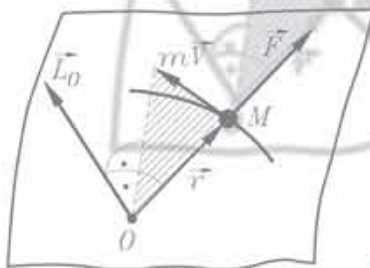
UNIVERZITET U BEOGRADU
MAŠINSKI FAKULTET



Zoran Mitrović
Zoran Golubović
Milivoje Simonović

MEHANIKA

DINAMIKA TAČKE



Zoran Mitrović Zoran Golubović Milivoje Simonović

MEHANIKA
DINAMIKA TAČKE

Beograd, 2011.

Autori:

Prof. dr Zoran Mitrović, Mašinski fakultet, Beograd

Prof. dr Zoran Golubović, Mašinski fakultet, Beograd

Prof. dr Milivoje Simonović, Mašinski fakultet, Beograd

MEHANIKA

Dinamika tačke

Prvo izdanje

Recenzenti:

Prof. dr Nikola Mladenović, Mašinski fakultet, Beograd

Prof. dr Dragoslav Kuzmanović, Saobraćajni fakultet, Beograd

Izdavač:

Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

11120 Beograd, Kraljuce Marije 16,

telefon – 011 3370 350 i 3302 384, telefax: 011 3370 364

Za izdavača: Dekan, *prof. dr Milorad Milovančević*

Glavni i odgovorni urednik: *prof. dr Aleksandar Obradović*

Odobreno za štampu odlukom Dekana Mašinskog fakulteta u Beogradu br. od 1.1.2011.godine

Štampa:

PLANETA PRINT

11000 Beograd, Ruzveltova 10, tel.: 011 3088129

Tiraž: 500 primeraka

© Autori i Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
Zabranjeno preštampavanje i umnožavanje. Sva prava
zadržavaju izdavač i autori.

P R E D G O V O R

Udžbenik **MEHANIKA - Dinamika tačke** nastao je od materijala koji su autori koristili za predavanja i vežbe na Mašinskom fakultetu u Beogradu.

Koncepcija udžbenika nastala je na osnovu zapažanja da su udžbenici sa zadacima, posebno ispitnim, koji ilustruju izloženu teoriju, veoma dobro prihvaćeni od strane njihovih korisnika. To potvrđuju i ranije publikovani udžbenici iz ove oblasti.

Zadaci koji su našli mesto u ovom udžbeniku raspoređeni su metodski po pojedinim tematskim celinama. Mnogi zadaci su bili na ispitima iz Mehanike na Mašinskom fakultetu u Beogradu i delo su nastavnika i saradnika Katedre za mehaniku.

Osim navedene literature korišćena su predavanja i pisani materijali pok. prof. dr Dragovana Blagojevića, profesora Mašinskog fakulteta u Beogradu.

Značajnu podršku i korisne sugestije pri pisanju ovog udžbenika dali su recenzenti prof. dr Nikola Mladenović i prof. dr Dragoslav Kuzmanović. Zahvaljujemo se lektoru Jovanki Cvetković, prof., koja je izvršila korekturu teksta kao i Miši Maksimoviću koji je zaslužan za grafičku obradu.

Autori

S A D R Ž A J

1. Uvodna razmatranja	1
1.1. Uvod.....	1
1.2. Osnovni zakoni dinamike.....	3
1.3. Osnovne fizičke veličine. Dimenzije fizičkih veličina. Merne jedinice	6
2. Diferencijalne jednačine kretanja i osnovni zadaci dinamike slobodne tačke.....	8
2.1. Diferencijalne jednačine kretanja slobodne tačke.....	8
2.1.1. Diferencijalne jednačine kretanja tačke u Dekartovim koordinatama.....	9
2.1.2. Diferencijalne jednačine kretanja tačke u polarno-cilindarskim i polarnim koordinatama.....	10
2.1.3. Ojlerove (prirodne) diferencijalne jednačine kretanja tačke	10
2.2. Dva osnovna zadatka dinamike tačke	11
2.3. Pravolinijsko kretanje tačke	15
2.3.1. Pravolinijsko kretanje tačke pod dejstvom konstantne sile.....	16
2.3.2. Pravolinijsko kretanje tačke pod dejstvom sile koja je funkcija vremena.....	20
2.3.3. Pravolinijsko kretanje tačke pod dejstvom sile koja je funkcija položaja tačke.....	21
2.3.4. Pravolinijsko kretanje tačke pod dejstvom sile koja je funkcija brzine tačke	26
2.4. Krivolinijsko kretanje tačke	28
2.4.1. Centralna sila.....	34
Zadaci.....	40
3. Kretanje neslobodne tačke	56

3.1. Neslobodna tačka.	
Osnovne jednačine kretanja neslobodne tačke.....	56
3.2. Veze. Jednačine veza. Klasifikacija veza.....	57
3.3. Lagranževe jednačine prve vrste.....	60
3.3.1. Kretanje tačke po zadatoj idealnoj nepokretnoj površi.....	60
3.3.2. Kretanje tačke po zadatoj realnoj nepokretnoj površi.....	62
3.3.3. Kretanje tačke po zadatoj idealnoj nepokretnoj krivoj.....	63
3.3.4. Kretanje tačke po zadatoj realnoj nepokretnoj krivoj.....	65
3.4. Ojlerove jednačine kretanja neslobodne tačke.....	66
3.4.1. Kretanje tačke po zadatoj idealnoj nepokretnoj krivoj.....	66
3.4.2. Kretanje tačke po zadatoj realnoj nepokretnoj krivoj.....	67
3.5. Matematičko klatno.....	68
3.6. Dalamberov princip.....	72
Zadaci.....	75
4. Pravolinijske oscilacije tačke.....	86
4.1. Osnovne postavke.....	86
4.2. Slobodne neprigušene oscilacije tačke.....	88
4.3. Slobodne prigušene oscilacije tačke.....	97
4.3.1. Slobodne prigušene oscilacije tačke pri dejstvu viskozno trenja.....	99
4.3.2. Slobodne prigušene oscilacije tačke pri dejstvu suvog trenja.....	108
4.4. Prinudne neprigušene oscilacije tačke.....	114
4.5. Prinudne prigušene oscilacije tačke.....	123
Zadaci.....	127
5. Opšte teoreme i zakoni dinamike tačke.....	142
5.1. Osnovne postavke.....	142
5.2. Teorema o promeni količine kretanja tačke.....	142
5.2.1. Količina kretanja tačke.....	142
5.2.2. Impuls sile.....	143
5.2.3. Teorema o promeni količine kretanja tačke.....	144
5.2.3.1. Zakon o održanju količine kretanja tačke.....	146
5.3. Teorema o promeni kinetičkog momenta tačke u odnosu na nepokretni pol i nepokretnu osu.....	148
5.3.1. Kinetički moment tačke.....	148
5.3.2. Teorema o promeni kinetičkog momenta tačke u odnosu na nepokretni pol i nepokretnu osu.....	150
5.3.2.1. Zakon o održanju kinetičkog momenta tačke	

u odnosu na nepokretni pol i nepokretnu osu.....	151
5.3.3. Teorema o promeni kinetičkog momenta tačke u odnosu na pokretni pol i pokretnu osu	153
5.4. Rad i snaga sile	155
5.4.1. Elementarni rad sile	155
5.4.2. Ukupni rad sile	157
5.4.2.1. Rad rezultante sistema sila	159
5.4.2.2. Rad konstantne sile	159
5.4.3. Izračunavanje radova nekih sila pri njihovom dejstvu na tačku	160
5.4.3.1. Rad težine tačke	160
5.4.3.2. Rad centralne sile	161
5.4.3.2.1. Rad linearne sile elastičnosti	162
5.4.3.3. Rad sile trenja klizanja	163
5.4.4. Snaga sile	164
5.5. Teorema o promeni kinetičke energije tačke	166
5.5.1. Kinetička energija tačke.....	166
5.5.2. Teorema o promeni kinetičke energije tačke	166
5.5.2.1. Primena teoreme o promeni kinetičke energije tačke u pojedinim slučajevima kretanja tačke.....	167
5.6. Polje sile. Potencijalna energija	170
5.6.1. Polje sile. Funkcija sile. Konzervativna sila	170
5.6.2. Uslovi konzervativnosti sile.....	171
5.6.3. Potencijalna energija	172
5.6.4. Ekvipotencijalne površi.....	174
5.7. Zakon o održanju mehaničke energije tačke	176
5.7.1. Disipacija ukupne mehaničke energije tačke	176
Zadaci.....	177
6. Kretanje tačke pod dejstvom centralne sile.....	207
6.1. Zakon površine.....	207
6.2. Diferencijalne jednačine kretanja tačke pod dejstvom centralne sile.....	209
6.3. Bineova jednačina	210
6.4. Kretanje tačke pod dejstvom Njutnove sile opšte gravitacije	211
6.5. Keplerovi zakoni.....	215
6.6. Trajektorije veštačkih Zemljinih satelita.....	217
Zadaci.....	219
7. Dinamika relativnog kretanja tačke	234

7.1. Diferencijalne jednačine relativnog kretanja tačke	234
7.2. Posebni slučajevi relativnog kretanja neinercijalnog koordinatnog sistema.....	237
7.2.1. Ravno kretanje neinercijalnog koordinatnog sistema	237
7.2.2. Obrtanje oko nepokretne ose neinercijalnog koordinatnog sistema.....	237
7.2.3. Translatorno kretanje neinercijalnog koordinatnog sistema	238
7.3. Relativna ravnoteža tačke	240
7.4. Odstupanje napadne linije težine tačke od pravca poluprečnika Zemlje	240
7.5. Skretanje tačke od vertikale pri slobodnom padu	242
7.6. Odranjavanje obala reka usled obrtanja Zemlje.....	245
7.7. Teorema o promeni kinetičke energije pri relativnom kretanju tačke	246
Zadaci.....	247
8. Dinamika tačke promenljive mase	273
8.1. Opšte postavke o kretanju tačke promenljive mase	273
8.2. Vektorska diferencijalna jednačina kretanja tačke promenljive mase - jednačina Meščerskog	274
8.2.1. Specijalni slučajevi jednačine Meščerskog.....	275
8.3. Zadatak Ciolkovskog	276
Zadaci.....	277
Dodatak - O rešavanju nehomogenih linearnih diferencijalnih jednačina drugog reda sa konstantnim koeficijentima	294
Literatura.....	299