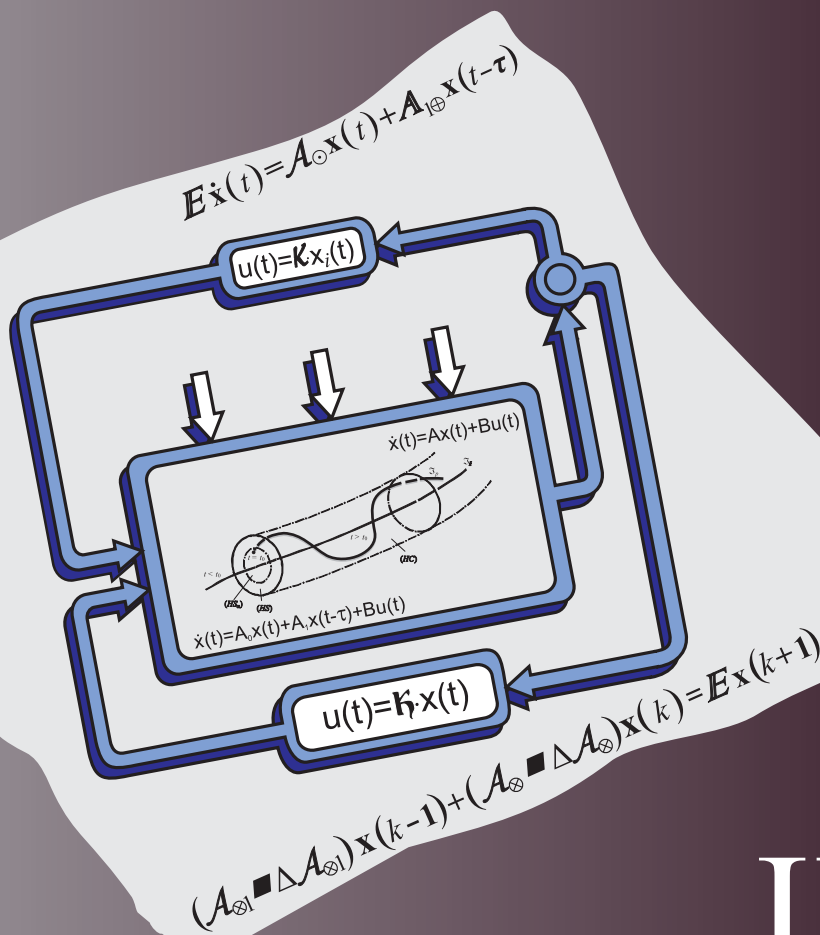


LINEARNI SINGULARNI SISTEMI SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM

Stabilnost, robusnost,
stabilizacija i robusna stabilizacija

Dragutin Lj. Debeljković
Milan A. Mišić
Aleksandra M. Jovanović



Dr Dragutin Lj. Debeljković
Dr Milan A. MIšić • Aleksandra M. Jovanović

**LINEARNI SINGULARNI SISTEMI
SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM**

**Stabilnost, robusnost,
stabilizacija i robusna stabilizacija**

III Deo

**Linear Singular Systems
with Pure Time Delay**

**Stability, robustness,
stabilizability and robustness stabilizability**

Part II

*Mašinski fakultet
Univerziteta u Beogradu
2014*

Dr **Dragutin Lj. Debeljković**, redovni profesor
Mašinski fakultet - Univerzitet u Beogradu

Dr **Milan A. Mišić**, docent
Fakultet tehničkih nauka – Univerzitet u Prištini
sa privremenim sedištem u Kosovskoj Mitrovici

Aleksandra M. Jovanović, doktorant
Mašinski fakultet - Univerzitet u Beogradu

Linearni singularni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem, III Deo

**Linear singular systems
with pure time delay, Part III**

Monografija
Monograph

I izdanje

Recenzenti

Dr Svetislav Zarić, redovni profesor
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Dr Mihailo P. Lazarević, redovni profesor
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Izdavač

Univerzitet u Beogradu
Mašinski fakultet Beograd
11000 Beograd, Kraljice Marije 16

Za izdavača

Dr Aleksandar Obradović, prof.

Odobreno za štampu
odlukom *Dekana* br. 257/2013 od 26.12.2013

Beograd, 2014
Tiraž: 200 primeraka

Štampa PLANETA print
ISBN 978 – 86 – 7083 – 792 - 8

*Preštampavanje, umnožavanje, fotokopiranje
ili reprodukcija cele knjige ili nekih njenih delova nije dozvoljena*

Dr Dragutin Lj. Debeljković
Dr Milan A. Mišić • Aleksandra M. Jovanović

**LINEARNI SINGULARNI SISTEMI
SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM**
**Stabilnost, robusnost,
stabilizacija i robusna stabilizacija**
III Deo

**LINEAR SINGULAR SYSTEMS
WITH PURE TIME DELAY**
PART III
**STABILITY, ROBUSTNESS,
STABILIZABILITY AND ROBUSTNESS
STABILIZABILITY**

Mašinski fakultet
Univerziteta u Beogradu
2014

Zahvalnost

*Izdanje ove
naučne monografije
finansijski je pomoglo*

**Ministarstvo prosvete, nauke
i tehnološkog razvoja Republike Srbije**

na čemu su Ministarstvu autori neizmerno i duboko zahvalani

PREDGOVOR

Već više od dve pune decenije *singularni* (deskriptivni) sistemi privlače pažnju naučne i stručne javnosti širom sveta.

Njihovo prisustvo u svim granama tehnike i u pojedinim oblastima društvenih nauka više je nego evidentno, što obavezuje da im se sa svih mogućih aspekata proučavanja posveti dužna pažnja.

U matematičkom smislu ovi sistemi su predstavljeni kombinacijom diferencijalnih (diferencnih) i algebarskih jednačina, pri čemu ove druge predstavljaju ograničenje koje treba zadovoljiti pri rešavanju onih prvih.

Imajući to u vidu, sasvim je jasno da je odgovarajuće poznavanje linearne algebre i teorije sistema neophodno za razumevanje i adekvatno tumačenje dobijenih rezultata.

Već više od pola veka *sistemi sa kašnjenjem* privlače pažnju naučne i stručne javnosti širom sveta.

Njihovo prisustvo u svim granama nauke i tehnike više je nego evidentno i u tom smislu brojni naučni radovi i obimna publicistička delatnost u punoj meri su iskazali interes koji je za njih bio pokazan.

U matematičkom smislu, ova klasa sistema opisana je običnim diferencijalnim (diferencnim) jednačinama sa pomeranim argumentom, što uslovljava čitav niz dodatnih poteškoća pri njihovom rešavanju.

S druge strane, u prvom slučaju, kao sistemi beskonačne dimenzije, njihovo proučavanje u kompleksnom domenu uslovljeno je suočavanjem sa transcendentnim prenosnim funkcijama, što u izvesnim slučajevima zahteva radikalnu preformulaciju postojećih kriterijuma i metoda razvijenih za obične linearne sisteme, a ponekada i formiranje sasvim novih prilaza i postupaka za razrešavanje postavljenih zadataka kako klasične, tako i moderne teorije automatskog upravljanja.

Razmatrajući osobine i specifičnosti pomenutih klasa sistema, zainteresovanom čitaocu se pružila jedinstvena prilika, da na jednom mestu spozna dve, veoma posebne i značajne klase sistema automatskog upravljanja.

U tom smislu dosta prostora bilo je posvećeno problematici tzv. singularnih sistema i sistema sa čistim vremenskim kašnjenjem kao i njihovim diskretnim analoganima.

Valja istaći da postoji veliki broj sistema automatskog upravljanja u kojima je izražen istovremeni fenomen čisto vremenskog kašnjenja i evidentna singularnost tako da ova klasa sistema poznata pod imenom **Singularni sistemi sa kašnjenjem** zaslužuje posebnu pažnju imajući u vidu da nedvosmisleno objedinjuje ranije ukazane specifičnosti pojedinačnih klasa, ovde, opisanih sistema.

Ovi sistemi imaju mnoge specifične karakteristike.

Ako želimo da ih rigurozno opišemo, da ih projektujemo sa zavidnim stepenom tačnosti ili da kvalitetno upravljamo njima, moramo tada da poklonimo veoma veliku pažnju dubokoj spoznaji njihovih suštinskih osobina i posebnosti koje ih u, velikoj meri, razlikuju od drugih klasa sistema.

U matematičkom smislu ova klasa sistema automatskog upravljanja predstavljena je kuplovanim sistemom diferencijalnih (diferencnih) jednačina sa pomeranim argumentom, kojima je pridružen sistem odgovarajućih algebarskih jednačina koje u opštem slučaju mogu biti, takođe, sa pomeranim argumentom ili bez njega.

U tom smislu predmet ove naučne monografije predstavlja pomenuta klasa singularnih (diferencnih) sistema sa prisutnim čistim vremenskim kašnjenjem lociranom u stanju sistema, prirodno proistekla iz globalnog matematičkog modeliranja pojedinih realnih objekata i procesa automatskog upravljanja.

Kao i uvek, u žiži interesovanja sa stanovišta dinamike ovde izučavanih klasa sistema, bila su pitanja njihove stabilnosti u klasičnom (ljapunovskom) smislu, što predstavlja permanentnu preokupaciju i interesovanje autora već više od tri decenije a iskazano kroz brojne naučne radove objavljene u uglednim međunarodnim časopisima ili saopštene na renomiranim međunarodnim konferencijama.

Uvažavajući savremene trendove u naučnoj literaturi, već klasična pitanja stabilnosti ove klase sistema, praćena su i odgovarajućim rezultatima vezanim za ispitivanje njihove robusnosti u prisustvu strukturalnih i nestrukturalnih perturbacija kao i nedavno nastalim metodama za podešavanje polova kojima se ili stabilišu ili robusno stabilišu razmatrani sistemi.

Ova monografija, kao i njen **I i II deo**, podržava i nastavlja da prezentuje aktuelne trendove u ovaj oblasti i predstavlja uobličen, rafiniran, selektivan i prilagođen tekst. delom, preuzet iz savremenih radova objavljenih u renomiranim međunarodnim časopisima najvišeg ranga a i monografija koje se bave opštim pitanjima problema stabilnosti, robusnosti stabilnosti, stabilizacije i robusne stabilizacije ove klase sistema automatskog upravljanja.

Već duži niz godina postoji nasušna potreba, da se na ovdašnjim i sadašnjim naučnim prostorima, pojavi jedno ovakvo štivo koje bi zainteresovanim čitaocima pružila dovoljno početnih znanja i ohrabrenja da se bez straha i bojazni mogu upustiti u dalju spoznaju ove veoma složene problematike a što je i bila glavna preokupacija autora bez ikakvih pretenzija da se, u ovom trenutku, ponudi i nešto više.

Za razliku od **I i II dela**, ovde je iznet nešto širi spektar nedavno objavljenih radova autora ove monografije a koji se odnosi na doprinose date na polju neljapunovske stabilnosti, ovde razmatranih klasa sistema.

Postupci analize i projektovanja ovih sistema, dati su uopšteno tako da se ne odnose samo na mašinske sisteme pa monografija, u tom smislu, može da posluži svima koji se šire bave teorijom sistema i upravljanja i konkretnom aplikacijom ovih rezultata u praksi.

Dr Svetislavu Zariću i Dr Mihailu P. Lazareviću, redovnim profesorima Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu autori su duboko zahvalan na korisnim sugestijama i trudu oko recenzije.

Beograd, januar 2014. god.

Autori

SADRŽAJ

KONTINUALNI SINGULARNI I DISKRETNİ DESKRIPTIVNI SISTEMI

*Stabilnost, robusnost,
stabilizacija, robusna stabilizacija*

I KONTINUALNI SINGULARNI SISTEMI	1
1. PRELIMINARNA RAZMATRANJA	
TEORIJE SINGULARNIH SISTEMA	1
1.1 Rešljivost linearnog singularnog sistema	1
1.1.1 Posebna standardna kanonička forma	2
1.1.2 SVD kanonička forma	4
1.1.3 Normalna kanonička forma	5
1.2 Analiza u vremenskom domenu	6
1.3 Upravljanje korišćenjem povratne sprege	15
Literatura	19

2. PRAĆENJE LINEARNIH VREMENSKI – NEPROMENLJIVIH KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA	21
2.1 Uvod	21
2.2 Dekompozicija sistema	22
2.3 Praćenje sistema	24
2.4 Numerički primeri	29
Literatura	35
3. ANALIZA ROBUSNOST STABILNOSTI I ROBUSNOST STABILIZACIJE SINGULARNIH SISTEMA SA PARAMETARSKIM NEIZVESNOSTIMA: ALGEBARSKI PRILAZ	37
3.1 Uvod	37
3.2 Preliminarna razmatranja	38
3.3 Definicije sistema i formulisanje problema	39
3.4 Glavni rezultat	44
3.4.1 Rezultati analize robusnost stabilnosti	45
3.4.2 Rezultati robusnost stabilizacije	48
Literatura	49
4. FAZI STABILIZACIJA I UPRAVLJANJE NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU ZA NELINEARNE KONTINUALNE SINGULARNE SISTEME SA NENULTIM POČETNIM STANJEM	51
4.1 Uvod	51
4.2 Preliminarna razmatranja	53
4.3 Ograničenost na konačnom vremenskom intervalu sa nenultim početnim stanjem za kontinualne singularne sisteme sa izmenljivim parametrima	56
4.4 Projektovanje fazi kontrolera koji garantuje stabilnost na konačnom vremenskom intervalu za vremenski kontinualne singularne sisteme	65
4.5 Primeri	71
Literatura	78

II DISKRETNI DESKRIPTIVNI SISTEMI	81
5. OSVRT NA TEORIJU IMPLICITNIH LINEARNIH DISKRETNIH SISTEMA	81
5.1 Osnovne definicije i preliminarna razmatranja	81
5.2 Fenomen predviđanja	85
5.3 Osobine prihvatljivost i jedinstvenosti	86
5.4 Koncept traga	87
Literatura	90
6. STABILIZACIJA VREMENSKI DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA: LMI PRILAZ	91
6.1 Uvod	91
6.2 Preliminarna razmatranja i formulacija problema	92
6.3 Rezultat LMI analize	94
6.4 Rezultat sinteze na osnovu LMI	98
6.5 Određivanje kontrolera	101
Literatura	102
7. DOPUSTIVOST DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA: LMI PRILAZ	105
7.1 Uvod	105
7.2 Postavka problema i preliminarna razmatranja	106
7.3 Gavni rezultat	111
7.4 Numerički primeri	118
Literatura	121
8. ROBUSNOST STABILNOSTI I STABILIZACIJA LINEARNIH DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA: EKVIVALENTNA KARAKTERIZACIJA	123
8.1 Uvod	123
8.2 Definicije i postavka problema	125
8.3 Glavni rezultati	126
8.4 Numerički primeri	136
Literatura	137

SISTEMI SA KAŠNENJEM

Stabilnost, robusnost, stabilizacija, robusna stabilizacija

III VREMENSKI KONTINUALNI SISTEMI SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	139
9. KVADRATNA STABILIZACIJA KONTINUALNIH SISTEMA SA KAŠNENJEM SA PRISUTNIM VREMENSKI PROMENLJIVIM NEIZVESNOSTIMA OGRANIČENIM PO NORMI	139
9.1 Uvod	139
9.2 Klasa kontinualnih sistema sa kašnjenjem po stanju	141
9.3 Algoritam stabilizacije	142
9.4 Primer simulacije	148
Literatura	153
10. STABILNOST NEZAVISNA OD KAŠNENJA LINEARNIH VELIKIH SISTEMA SA KAŠNENJEM	155
10.1 Uvod	155
10.2 Glavni rezultati	155
10.3 Numerički primer	160
Literatura	161
11. REALNO OGRANIČENI KRITERIJUM ZA LINEARNE SISTEME SA KAŠNENJEM	163
11.1 Uvod	163
11.2 Kriterijum realnog ograničenja na konačnom vremenskom intervalu	164
11.3 Kriterijum realnog ograničenja na beskonačnom intervalu	171
11.4 Numerički primeri	175
Literatura	178

12. ROBUSNA STABILIZACIJA SISTEMA SA PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA SA VREMENSKI PROMENLJIVIM KAŠNENJEM PO VIŠE STANJA	179
12.1 Uvod	179
12.2 Model sistema i neophodne definicije	180
12.3 Robusna stabilizacija sistema sa kašnjenjem kod kojih su prisutne neizvesnosti	181
12.4 Numerički primer	187
Literatura	191
13. STABILNOST NEKIH LINEARNIH SISTEMA SA KAŠNENJEM	193
13.1 Uvod	193
13.2 Uslovi stabilnosti zavisni od kašnjenja za sisteme sa diskretnim kašnjenjem	195
13.3 Numerički primeri	199
13.4 Uslovi stabilnosti zavisni od kašnjenja za sisteme sa raspedeljenim kašnjenjima	200
13.5 Uslovi stabilnosti nezavisni od diskretnog kašnjenja	204
Literatura	207
14. NEKI NOVI PRILAZI ZA ISPITIVANJE STABILNOSTI KONTINUALNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM NA KONAČNOM VREMENSKIM INTERVALU	209
14.1 Uvod	209
14.2 Uvodna razmatranja	210
14.3 Prethodni rezultati	211
14.3.1 Uslovi stabilnosti zavisni od kašnjenja	212
14.4 Glavni rezultat	214
Literatura	221

15. STABILNOST NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU KONTINUALNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM: Novi pristup putem algebarskih nejednačina	223
15.1 Uvod	223
15.2 Preliminarna razmatranja i formulacija problema	224
15.3 Glavni rezultat	226
15.4 Numerički primer	237
Literatura	239
IV VREMENSKI DISKRETNİ SISTEMI SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM	243
16. NEMEMORIJSKO ROBUSNO H_∞ UPRAVLJANJE DISKRETNİH SISTEMA SA KAŠNJENJEM I PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA	243
16.1 Uvod	243
16.2 Formulacija problema	245
16.3 Glavni rezultati	246
16.4 Primer	252
Literatura	253
17. RIKATIJEVE JEDNAČINE U TEORIJI STABILNOSTI DIFERENCNIH JEDNAČINA SA PAMĆENJEM	255
17.1 Uvod	255
17.2 Osnovni rezultat	257
17.3 Uvodni rezultati: Jednostavan slučaj $m = 1$	257
17.4 Opšti slučaj	260
17.5 Uslovi stabilnosti nezavisni od kašnjenja	264
17.6 Iterizacija jednačine	264
17.7 Razne druge ljapunovljeve funkcije	267
17.7.1 Prva varijacija	267
17.7.2 Druga varijacija	269
17.8 Vremenski zavisni sistemi	270
Literatura	272

18. ROBUSNA STABILIZACIJA DISKRETNIH SISTEMA SA KAŠNJENJEM PO STANJU SA PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA ZAVISNA OD KAŠNJENJA	275
18.1 Uvod	275
18.2 Formulacija problema i preliminarnih razmatranja	276
18.3 Stabilnost i stabilizacija nominalnih sistema	278
18.4 Robusna stabilnost i stabilizacija za sisteme sa prisutnim neizvesnostima	284
18.5 Numerički primeri	287
Literatura	289
19. ROBUSNO UPRAVLJANJE POVRATNOM SPREGOM PO IZLAZU ZA DISKRETNE SISTEME SA KAŠNJENJEM SA PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA	291
19.1 Uvod	291
19.2 Formulacija problema i uvodna razmatranja	291
19.3 Glavni rezultat	294
19.4 Ilustrativni primer	300
Literatura	301
20. ROBUSNA STABILNOST I STABILIZACIJA PREKIDNIH LINEARNIH DISKRETNIH SISTEMA SA KAŠNJENJEM SA PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA	303
20.1 Uvod	303
20.2 Formulacija problema i preliminarna razmatranja	305
20.3 Stabilnost i stabilizacija nominalnih sistema	307
20.4 Robusna stabilnost i stabilizacija prekidnih sistema sa neizvesnostima	314
20.4.1 Robusna stabilnost	314
20.4.2 Robusna stabilizacija	315
20.5 Ilustrativan primer	316
Literatura	319

21. NELJAPUNOVSKA STABILNOST	
LINEARNIH VREMENSKI DISKRETNIH	
SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM:	
LMI I KLASIČAN PRILAZ	321
21.1 Uvodna razmatranja	321
21.2 Glavni rezultati	322
Literatura	327
22. DALJI	
REZULTATI O STABILNOSTI	
NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU	
DISKRETNIH SISTEMA SA VREMENSKIM KAŠNENJEM:	
Novi uslovi zavisni od kašnjenja	329
22.1 Uvodna razmatranja	329
22.2 Hronološki pregled rezultata	330
22.3 Opis sistema i dozvoljene granice trajektorija	330
22.4 Neki prethodni rezultati	332
22.4.1 Definicije stabilnosti	332
22.4.2 Teoreme stabilnosti	232
22.5 Glavni rezultat	333
Literatura	340

SINGULARNI I DESKRIPTIVNI SISTEMI SA KAŠNENJEM

*Stabilnost, robusnost,
stabilizacija, robusna stabilizacija*

V VREMENSKI KONTINUALNI	
LINEARNI SINGULARNI SISTEMI	
SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM	341

23. DINAMIKA SINGULARNIH SISTEMA SA KAŠNJENJEM	341
23.1 Neka opšta pitanja dinamike kontinualnih sigularnih sistema sa čistim vremenskim kašnjenjem	342
Literatura	344

24. KONTINUALNI LINEARNI SINGULARNI SISTEMI SA KAŠNJENJEM: MODERNI LMI PRILAZ	345
Literatura	356

VI VREMENSKI DISKRETNII LINEARNI DESKRIPTIVNI SISTEMI SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM	359
--	------------

25. DINAMIKA VREMENSKI DISKRETNIIH LINEARNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM	359
25.1 Uvodna razmatranja	359
Literatura	360

26. ROBUSTNA STABILNOST LINEARNIH DISKRETNIIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA SA VREMENSKIM KAŠNJENJEM I SA STRUKTURNIM PARAMETARSKIM NEODREĐENOSTIMA ..	361
26.1 Uvod	361
26.2 Analiza robustnosti stabilnosti	361
26.3 Diskretni deskriptivni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem sa strukturnim i nestrukturnim parametarskim neodređenostima	370
Literatura	374

27. DISKRETNİ DESKRIPTIVNI SISTEMI SA KAŠNJENJEM I SA PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA: STABILNOST I STABILIZACIJA – KRITERIJUMI ZAVISNI OD KAŠNJENJA	375
27.1 Uvod	375
27.2 Formulacija problema i neophodne definicije	376
27.3 Stabilnost zavisna od kašnjenja	377
27.4 Stabilizacija povratnom spregom po veličinama stanja zavisna od kašnjenja	387
27.5 Numerički primeri	389
27.6 Rezultati za robusnost sa neizvesnom E–matricom	390
Literatura	393
28. DISKRETNİ DESKRIPTIVNI SISTEMI SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM: KLASIČNI PRILAZ	395
Literatura	399

Dodaci

VII DODACI	401
DODATAK A – Oznake	401
DODATAK B – Dokaz Leme 3.2	407
DODATAK C – Schur–ova lema	409
Literatura	409
DODATAK D – Poboľšana teorema Razumikhin–ovog tipa	411

DODATAK E – Izvodi iz	
linearne algebra i teorije matrica	413
Literatura	422
DODATAK F – Normirani vektorski prostori	423
Literatura	426
DODATAK G – Matrične nejednakosti	427
Literatura	432
DODATAK H – Sinteza	
kontinualnog automatskog upvljanja	
na konačnom vremenskom intervalu:	
Klasični i moderni pristupi sa	
primenama u automatskoj distribuciji lekova	433
H.1 Uvod	433
H.2 Modeliranje sistema	434
H.2.1 Opis sistema	434
H.2.2 Matematički model	435
H.3 Koncepti stabilnosti	437
H.3.1 Preliminarna razmatranja	438
H.3.2 Osnovne definicije	440
H.4 Glavni rezultat	440
H.5 Dinamička analiza	443
Literatura	447