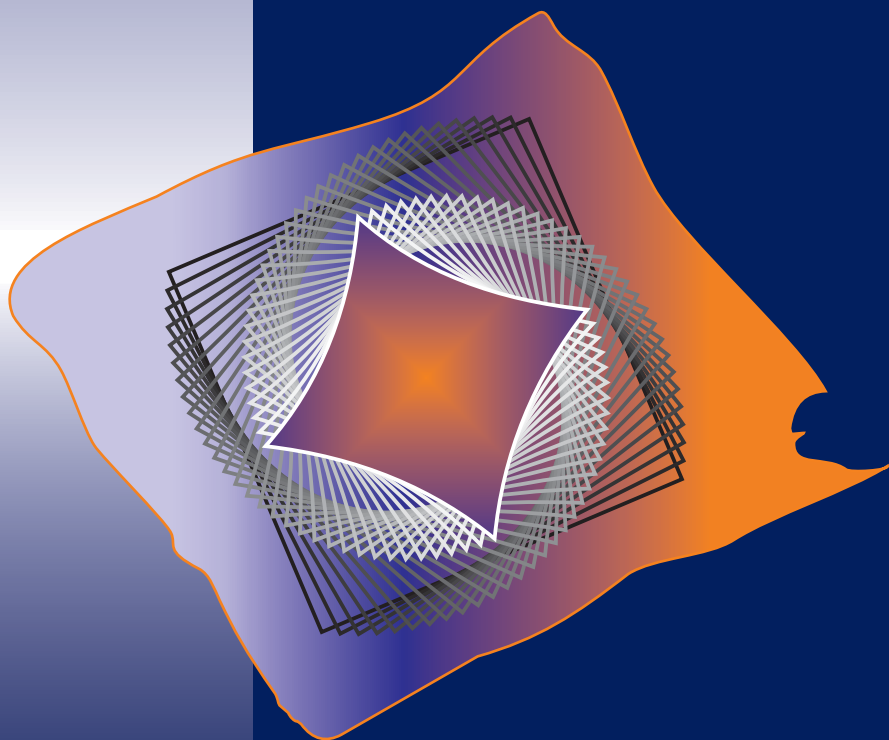


# DINAMIKA LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA

*D. Lj. Debeljković  
M. P. Lazarević*





Dr Dragutin Lj. Debeljković • Dr Mihailo P. Lazarević

---

**DINAMIKA  
LINEARNIH SINGULARNIH  
SISTEMA AUTOMATSKOG  
UPRAVLJANJA**

Dinamika singularnih sistema

Dinamika sistema opisanih singularnim  
diferencijalnim jednačinama sa necelobrojnim  
izvodima

Dinamika singularnih sistema sa kašnjenjem

Mašinski fakultet Beograd  
2012

Dr *Dragutin* Lj. **Debeljković**, redovni profesor  
Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Dr *Mihailo* P. **Lazarević**, redovni profesor  
Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

**Dinamika  
linearnih singularnih  
sistema automatskog upravljanja**

Naučna monografija

I izdanje

*Recenzenti*

Dr Svetislav Zarić, redovni profesor  
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Dr Đuro Koruga, redovni profesor  
Mašinskog fakulteta u Beogradu

*Izdavač*

Univerzitet u Beogradu  
Mašinski fakultet Beograd  
11000 Beograd, Kraljice Marije 16

Za izdavača: Dekan

*Glavni i odgovorni urednik*

Dr Aleksandar Obradović, prof.

Odobreno za štampu  
odlukom *Dekana* br. 188/11 od 10.11.2011.god.

Beograd, 2012

Tiraž: 200 primeraka

*Štampa PLANEŤA print*

ISBN 978 – 86 – 7083 – 744 - 7

---

*Preštampavanje,  
umnožavanje, fotokopiranje  
ili reprodukcija cele knjige ili nekih njenih delova nije dozvoljena*

Dr Dragutin Lj. Debeljković • Dr Mihailo P. Lazarević

DINAMIKA  
LINEARNIH SINGULARNIH  
SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA

*Dinamika singularnih sistema*

*Dinamika sistema opisanih singularnim  
diferencijalnim jednačinama sa necelobrojnim izvodima*

*Dinamika singularnih sistema sa kašnjenjem*

*Univerzitet u Beogradu*

*Mašinski fakultet*

2012

## **Zahvalnost**

*Izdanje ove  
naučne monografije  
finansijski je pomoglo*

**Ministarstvo prosvete  
i nauke Republike Srbije**

*na čemu su Ministarstvu autori neizmerno i duboko zahvalni*

## **PREDGOVOR**

Već više od dve pune decenije vremeski neprekidni *singularni* sistemi privlače pažnju naučne i stručne javnosti širom sveta. Njihovo prisustvo u svim granama tehnike i u pojedinim oblastima društvenih nauka više je nego evidentno, što obavezuje da im se sa svih mogućih aspekata proučavanja posveti dužna pažnja.

U matematičkom smislu ovi sistemi su predstavljeni kombinacijom diferencijalnih i algebarskih jednačina, pri čemu ove druge predstavljaju ograničenje koje treba zadovoljiti pri rešavanju onih prvih. Imajući to u vidu, sasvim je jasno da je odgovarajuće poznavanje linearne algebre i teorije sistema neophodno za razumevanje i adekvatno tumačenje dobijenih rezultata.

Već više od pola veka vremeski neprekidni *sistemi sa kašnjenjem* privlače pažnju naučne i stručne javnosti širom sveta.

Njihovo prisustvo u svim granama nauke i tehnike više je nego evidentno i u tom smislu brojni naučni radovi i obimna publicistička delatnost u punoj meri su iskazali interes koji je za njih bio pokazan.

U matematičkom smislu, ova klasa sistema opisana je običnim diferencijalnim jednačinama sa pomerenim argumentom, što uslovljava čitav niz dodatnih poteškoća pri njihovom rešavanju. Iako nisu bili u žiži interesovanja, ova klasa sistema se ovde neumitno spominje, jer konstituše i značajno obeležava klasu sistema koja će na kraju monografije predstavljati deo u kome kulminiraju sopstveni rezultati autora, pa u tom smislu se ovde i pominju.

Valja istaći da postoji veliki broj sistema automatskog upravljanja u kojima je izražen istovremeni fenomen *čisto vremenskog kašnjenja* i evidentna *singularnost* tako da ova klasa sistema poznata pod imenom **Singularni sistemi sa kašnjenjem** zaslužuje posebnu pažnju imajući u vidu da nedvosmisleno objedinjuje ranije ukazane specifičnosti pojedinačnih klasa, ovde, opisanih sistema.

Ovi sistemi imaju mnoge specifične karakteristike.

Ako želimo da ih rigurozno opišemo, da ih projektujemo sa zavidnim stepenom tačnosti ili da kvalitetno upravljamo njima, moramo tada da poklonimo veoma veliku pažnju dubokoj spoznaji njihovih suštinskih osobina i posebnosti koje ih u, velikoj meri, razlikuju od drugih klasa sistema.

U matematičkom smislu ova klasa sistema automatskog upravljanja predstavljena je kuplovanim sistemom diferencijalnih jednačina sa pomeranim argumentom, kojima je pridružen sistem odgovarajućih algebarskih jednačina koje u opštem slučaju mogu biti, takođe, sa pomeranim argumentom ili bez njega.

U tom smislu predmet ove naučne monografije predstavlja pomenuta klasa singularnih sistema sa prisutnim čistim vremenskim kašnjenjem lociranom u stanju sistema, prirodno proistekla iz globalnog matematičkog modeliranja pojedinih realnih objekata i procesa automatskog upravljanja.

U posebnoj delu monografije razmatrana je posebna klasa sistema opisana singularnim sistemom jednačina ali koja uključuje mogućnost pojave i *necelobrojnih izvoda* u delu koji se odnosi na diferencijalne jednačine.

Ova klasa sistema, u nešto jednostavnijoj formi, poznata je već dugo i prirodno je proistekla iz veoma složenih procesa koji su se u klasičnoj teoriji automatskog upravljanja modelirali tzv. iracionalnim prenosnim funkcijama ili prenosnim funkcijama sa raspodeljenim kašnjenjem.

Kao i uvek, u žiži interesovanja sa stanovišta dinamike ovde izučavanih klasa sistema, bila su pitanja njihove stabilnosti u klasičnom (Ljapunovskom) i neklasičnom (neljapunovskom) smislu, što predstavlja permanentnu preokupaciju i interesovanje oba autora.

Monografija podržava aktuelne trendove u ovoj oblasti i predstavlja uobličeni, rafiniran, selektivan i prilagođeni tekst delom, preuzet iz savremenih radova objavljenih u renomiranim međunarodnim časopisima najvišeg ranga a i monografija koje se bave opštim pitanjima problema stabilnosti, robusnosti stabilnosti, stabilizacije i robusne stabilizacije ove klase sistema automatskog upravljanja.

Već duži niz godina postoji nasušna potreba, da se na ovdašnjim i sadašnjim naučnim prostorima, pojavi jedno ovakvo štivo koje bi zainteresovanim čitaocima pružila dovoljno početnih znanja i ohrabrenja da se bez straha i bojazni mogu upustiti u dalju spoznaju ove veoma složene problematike a što je i bila glavna preokupacija autora bez ikakvih pretenzija da se, u ovom trenutku, ponudi i nešto više.

Postupci analize i projektovanja ovih sistema, dati su uopšteno tako da se ne odnose samo na mašinske sisteme pa monografija, u tom smislu, može da posluži svima koji se šire bave teorijom sistema i upravljanja i konkretnom aplikacijom ovih rezultata u praksi.

Dr *Svetislavu Zariću* i Dr *Đuri Korugi*, redovnim profesorima Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu autori su duboko zahvalni na korisnim sugestijama i trudu oko recenzije.

Beograd, april 2012. god.

***Autori***



***Dinamika singularnih sistema***

***Dinamika sistema opisanih singularnim  
diferencijalnim jednačinama sa necelobrojnim izvodima***

***Dinamika singularnih sistema sa kašnjenjem***



# SADRŽAJ

## NEKA OPŠTA PITANJA KLASE RAZMATRANIH SISTEMA

<b>I OPŠTA RAZMATRANJA</b> .....	1
<b>1. UVOD</b> .....	1
Literatura .....	4
<b>2. PRIRODA I OSOBENOSTI         LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	5
Literatura .....	6
<b>3. KLASIFIKACIJA I PODELE         KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	7
Literatura .....	10
<b>4. MATEMATIČKI MODELI         I PRIMERI SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	11
<b>4.1. Primeri kontinualnih             singularnih sistema u elektrotehnici</b> .....	12
4.1.1 Primeri kontinualnih iregularnih singularnih sistema u elektrotehnici .....	12
4.1.2 Još jedan specifičan primer kontinualnog singularnog sistema u elektrotehnici .....	15
4.1.3 Kraći hronološki pregled zastupljenosti singularnih sistema u nauci, tehnici i prirodnim i društvenim naukama .....	16
Literatura .....	17

<b>II TEORIJSKE OSNOVE I DINAMIČKO PONAŠANJE SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	21
<b>5. KANONIČKE FORME LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	23
5.1 Upravljiva kanonička forma .....	23
5.2 Osmotriva kanonička forma .....	24
5.3 SVD kanonička forma .....	24
5.4 Normalna kanonička forma .....	25
5.5 Standardna kanonička forma .....	26
5.6 Vajerštrasova kanonička forma .....	27
5.7 Posebna standardna kanonička forma .....	27
5.8 Posebna upravljiva kanonička forma .....	28
5.9 Core – Nilpotent forma .....	29
5.10 Godbout – Jordan–ova kanonička forma .....	30
5.11 Christodoulou – Mertzios – ova kanonička forma .....	35
5.12 Tan – Vandewalle – ova kanonička forma .....	38
Literatura .....	42
<b>6. REŠLJIVOST KONTINUALNOG LINEARNOG SINGULARNOG SISTEMA OPISANOG ALGEBRO – DIFERENCIJALNIM JEDNAČINAMA</b> .....	45
Literatura .....	51
<b>7. KONZISTENTNI POČETNI USLOVI</b> .....	53
Literatura .....	55
<b>8. ODREĐIVANJE REŠENJA SINGULARNOG SISTEMA DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA I KRETANJE SINGULARNOG SISTEMA U PROSTORU STANJA</b> .....	59
8.1 Prilaz sa pozicije primene Drazinove inverzije .....	59
8.2 Prilaz sa pozicija primene kanoničkih formi .....	60
8.3 Prilaz sa pozicija primene Moore – Penrosove inverzije .....	63
Literatura .....	67

<b>9. MATRICA PRENOSNIH FUNKCIJA KONTINUALNIH LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA .....</b>	<b>69</b>
<b>9.1 Metoda Paraskevopoulos – Christodoulou – Boglu .....</b>	<b>69</b>
<b>9.2 Metoda Mertizios .....</b>	<b>71</b>
<b>9.3 Metoda Mertizios – Syrmos .....</b>	<b>73</b>
Literatura .....	76
<b>10. IMPULSNO PONAŠANJE KONTINUALNIH LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA ....</b>	<b>77</b>
<b>10.1 Opšta razmatranja .....</b>	<b>77</b>
<b>10.2 Neke specifičnosti rešenja sistema algebro –     diferencijalnih jednačina kao prirodnih matematičkih     modela kontinualnih linearnih singularnih sistema .....</b>	<b>85</b>
10.2.1 Opšta razmatranja .....	85
10.2.2 Opšti oblik rešenja sistema algebro – diferencijalnih jednačina .....	88
Literatura .....	97

**STABILNOST  
VREMENSKI KONTINUALNIH SINGULARNIH  
SISTEMA U SMISLU LJAPUNOVA  
Upravlјivost, stabilnost, robusnost,  
stabilzacija, robusna stabilzacija**

<b>11. UPRAVLJIVOST I STABILIZACIJA LINEARNIH SISTEMA I DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA ALGEBARSKIH .....</b>	<b>99</b>
<b>11.1 Uvod .....</b>	<b>99</b>
<b>11.2 Upravlјivost i dostižljivost     upravlјačkog procesa <math>(E, I, B)</math> .....</b>	<b>100</b>
<b>11.3 Kalmanov tip rastavlјanja .....</b>	<b>108</b>
<b>11.4 Problem stabilizacije .....</b>	<b>109</b>
<b>11.5. Slučaj <math>A \neq I</math> .....</b>	<b>114</b>
Literatura .....	116

<b>12. STABILNOST LINEARNIH MEHANIČKIH SISTEMA SA HOLONOMNIM VEZAMA</b>	117
12.1 Uvod	117
12.2 Stabilnost	119
12.3 Linearni vremenski nepromenljivi singularni sistemi	120
12.4 Linearni vremenski nepromenljivi mehanički sistemi sa holonomnim vezama (ograničenjima)	123
Literatura	127
<b>13. UOPŠTENA LJAPUNOVLJEVA TEOREMA ZA LINEARNE SINGULARNE SISTEME</b>	129
13.1 Uvod	129
13.2 Glavni rezultat	130
13.3 Problem regulatora	132
Literatura	133
<b>14. O METODAMA STABILIZACIJE LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA</b>	135
14.1 Uvod	135
14.2 Postupak „S“ stabilizacije	137
14.3 Metode direktne „R“ stabilizacije	139
14.4 „R“ stabilizacija metodom podešavanja polova	142
Literatura	144
<b>15. POSEBNA REŠENJA ZA SLUČAJ REGULISANJA IZLAZNIH VELIČINA LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA</b>	145
15.1 Uvod	145
15.2 Izlaganje problema	146
15.3 Rešenje problema regulisanja izlaza pomoću „full information“ povratne sprege	149

<b>15.4 Rešenje problema regulisanja</b>	
<b>izlazne veličine preko povratne sprege po grešci <math>e(t)</math></b> .....	151
15.4.1 Slučaj "normalizacije"	
linearnih singularnih sistema .....	153
15.4.2 Opšti slučaj .....	156
Literatura .....	161
<b>16. LJAPUNOVLJEVA TEORIJA</b>	
<b>STABILNOSTI I ROBUSNO UPRAVLJANJE</b>	
<b>SINGULARNIH SISTEMA SA PERTURBACIJAMA</b> .....	163
<b>16.1 Upravljački sistemi</b>	
<b>sa povratnom spregom po stanju</b>	
<b>koji garantuju asimptotsku stabilnost</b>	
<b>singularnih sistema sa perturbacijama</b> .....	163
<b>16.2 Numerički primer</b> .....	167
Literatura .....	170
<b>17. ANALIZA ROBUSNE STABILNOSTI</b>	
<b>SINGULARNIH SISTEMA SA NEIZVESNOSTIMA</b> .....	171
<b>17.1 Uvod</b> .....	171
<b>17.2 Matematičke preliminarnosti</b> .....	172
<b>17.3 Glavni rezultati:</b>	
<b>vremenski kontinualnih singularni sistemi</b> .....	174
<b>17.4 Glavni rezultati</b>	
<b>vremenski diskretni deskriptivni sistemi</b> .....	179
<b>17.5 Ilustrativni primeri</b> .....	181
Literatura .....	183
<b>18. GENERALIZOVAN LJAPUNOVLJEV PRISTUP</b>	
<b>ODREĐIVANJU KRUŽNOG POLA</b>	
<b>SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	185
<b>18.1 Uvod</b> .....	185
<b>18.2 Označavanje i uvodna razmatranja</b> .....	185
<b>18.3 Grupisanje kružnog pola</b> .....	188
<b>18.4 Robusno određivanje kružnog pola</b> .....	191
Literatura .....	192

<b>19. ALGEBARSKI PRISTUP ANALIZI ROBUSNE STABILNOSTI I ROBUSNE STABILIZACIJE LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA SA NEIZVESNOSTIMA .....</b>	<b>193</b>
<b>19.1 Uvod .....</b>	<b>193</b>
<b>19.2 Uvodne napomene .....</b>	<b>194</b>
<b>19.3 Definicija sistema i postavka problema .....</b>	<b>196</b>
<b>19.4 Glavni rezultati .....</b>	<b>201</b>
19.4.1 Rezultati analize robusne stabilnosti .....	201
19.4.2 Rezultati robusne stabilizacije .....	205
Literatura .....	207
<b>20. ASIMPTOTSKA STABILNOST I STABILIZACIJA SINGULARNIH SISTEMA KORIŠĆENJEM LJAPUNOVLJEVIH METODA .....</b>	<b>209</b>
<b>20.1 Uvod .....</b>	<b>209</b>
<b>20.2 Ljapunovljeva jednačina i asimptotska stabilnost .....</b>	<b>210</b>
<b>20.3 Riccati–jeva jednačina i stabilizacija .....</b>	<b>214</b>
<b>20.4 Numerički primeri .....</b>	<b>217</b>
Literatura .....	219
<b>21 NOVI REZULTATI O KVADRATNOJ STABILNOSTI ZA PREKIDNE SINGULARNE LINEARNE SISTEME .....</b>	<b>221</b>
<b>20.1 Uvod .....</b>	<b>221</b>
<b>20.2 Odabrane preliminarne teorije singularnih linearnih sistema .....</b>	<b>222</b>
<b>20.3 Kvadratna stabilnost prekidnih linearnih singularnih sistema .....</b>	<b>223</b>
<b>20.4 Modeliranje kvadratno stabilizovanih prekidnih zakona .....</b>	<b>229</b>
<b>20.5 Numerički primer .....</b>	<b>231</b>
Literatura .....	233



**PRAKTIČNA STABILNOST I STABILNOST  
NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU  
VREMENSKI KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA**

**Upravlјivost, stabilnost, robusnost,  
stabilzacija, robusna stabilzacija**

<b>22. PRAKTIČNA STABILIZACIJA I UPRAVLJIVOST SINGULARNIH SISTEMA .....</b>	<b>235</b>
22.1 Uvod .....	235
22.2 Osnovna obeležavanja i preliminarna razmatranja .....	237
22.3 Princip poređenja .....	240
22.4 Glavni rezultati .....	243
Literatura .....	248
<b>23. PRAKTIČNA STABILNOST VREMENSKI KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA .....</b>	<b>251</b>
23.1 Uvod .....	251
23.2 Usvojene specifične oznake i neophodne definicije .....	251
23.3 Neki rezultati analogni stabilnosti po Ljapunovu .....	253
23.4 Princip poređenja .....	256
Literatura .....	265
<b>24. PRAKTIČNA STABILNOST SINGULARNIH SISTEMA SA POVRATNOM SPREGOM ....</b>	<b>267</b>
24.1 Uvodna razmatranja .....	267
24.2 Osnovne pretpostavke i definicije stabilnosti .....	268
24.3 Glavni rezultati – teoreme stabilnosti .....	270
24.4 Primena .....	274
24.4.1 Analiza linearnih singularnih sistema sa povratnom spregom .....	274
Literatura .....	283

<b>25. UPRAVLJANJE NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA SA PARAMETARSKIM NEIZVESNOSTI I U PRISUSTVU DELOVANJA POREMEĆAJA .....</b>	<b>285</b>
25.1 Uvod .....	285
25.2 Postavka problema .....	286
25.3 Osnovni rezultati .....	287
25.4 Numerički primer .....	291
Literatura .....	292

## **DINAMIKA POSEBNIH KLASA VREMENSKI KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA OPISANIH DIFERENCIJALNO ALGEBARSKIM JEDNAČINAMA SA RAZLOMLJENIM IZVODIMA**

<b>26. ELEKTROHIDRODINAMIKA RAZDELJENIH TEČNOST – TEČNOST GRANIČNIH FAZA: SISTEMI OPISANI DIFERENCIJALNIM JEDNAČINA SA RAZLOMLJENIM IZVODIMA I PRISUTNIM ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM .....</b>	<b>293</b>
26.1 Uvod .....	294
26.2 Prethodni radovi .....	295
26.2.1 Fizički formalizam – klasičan pristup i novi pristup .....	295
26.2.2 Struktura, mehanizam, dinamika .....	298
26.2.3 Matematički formalizam – model tenzora istežanja .....	300
26.2.4 Van der Pol–ov diferencijalni model celobrojnog reda ....	301
26.3 Skorašnja dostignuća .....	302
26.3.1 Van der Polov diferencijalni model razlomačkog reda – linearizovan .....	302
26.3.2 Van der Pol–ov diferencijalni model razlomačkog reda – nelinearan slučaj .....	303
26.3.3 Eksperimentalno potvrđivanje .....	304
26.4 Nova, verovatno moguća ideja .....	304

<b>26.5 Predstavljeni problem – model</b> .....	305
26.5.1 Predložena eksperimentalna potvrda .....	306
<b>26.6 Zaključci</b> .....	306
Literatura .....	306
<b>27. ANALIZA STABILNOSTI</b>	
<b>NA KONAČNOM VREMENSKOM</b>	
<b>INTERVALU AUTONOMNIH LINEARNIH</b>	
<b>SISTEMA SA NECELOBROJNIM IZVODIMA</b>	
<b>SA ČISTIM VREMESKIM KAŠNENJEM PO STANJU</b> .....	309
<b>27.1 Uvod</b> .....	309
<b>27.2 Uvodna razmatranja</b> .....	311
27.2.1 Uvodna razmatranja	
o sistemima sa čistim vremeskim kašnjenjem .....	311
27.2.2 Uvodna razmatranja o sistemima	
opisanim diferencijalnim jednačinama	
sa necelobrojnim izvodima .....	312
27.2.3 Osnovni matematički alati	
računa sa necelobrojnim izvodima .....	314
<b>27.3 Glavni rezultati</b> .....	317
Literatura .....	323
<b>28. ANALIZA</b>	
<b>STABILNOSTI</b>	
<b><math>PD^{\rho}</math> RAZLOMAČKOG</b>	
<b>UPRAVLJANJA ROBOTSKIH</b>	
<b>SISTEMA SA VREMENSKIM KAŠNENJEM</b>	
<b>NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU</b> .....	325
<b>28.1. Uvod</b> .....	325
<b>28.2 Uvod u sisteme sa vremeskim kašnjenjem</b> .....	326
<b>28.3 Osnove razlomačkog računa</b> .....	327
<b>28.4 Model razlomačkog reda sa kašnjenjem u</b>	
<b>prostoru stanja <math>PD^{\rho}</math> upravljanja Newcastle robota</b> .....	328
<b>28.5 Stabilnost na</b>	
<b>konačnom vremeskom intervalu: Glavni rezultati</b> .....	331
<b>28.6 Primer</b> .....	332
Literatura .....	334

<b>29. ROBUSNA STABILNOST NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU NELINEARNIH SISTEMA SA POREMEĆAJIMA OPISANIH DIFERENCIJALNIM JEDNAČINAMA SA NECELOBROJNIM IZVODIMA I PRISUTNIM ČISTO VREMENSKIM KAŠNJENJEM U STANJU .....</b>	<b>337</b>
<b>29.1 Uvod .....</b>	<b>337</b>
<b>29.2 Uvodna razmatranja .....</b>	<b>337</b>
29.2.1 Uvodna razmatranja o sistemima sa vremenskim kašnjenjem celobrojnog reda .....	337
29.2.2 Prethodni rezultati o sistemima sa kašnjenjem celobrojnog reda .....	340
29.2.3 Uvodna razmatranja o razlomačkim diferencijalnim sistemima .....	341
29.2.4 Prethodni rezultati iz oblasti razlomačkih sistema sa vremenskim kašnjenjem .....	342
<b>29.3 Glavni rezultati .....</b>	<b>343</b>
Literatura .....	346
<b>30. KONSTANTNA VARIACIONA FORMULA ZA SINGULARNE SISTEME SA NECELOBROJNIM IZVODIMA I SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM .....</b>	<b>349</b>
<b>30.1 Uvod .....</b>	<b>349</b>
<b>30.2 Preliminarna razmatranja .....</b>	<b>350</b>
<b>30.3 Konstantna variaciona formula sistema datog jed. (30.1) .....</b>	<b>351</b>
<b>30.4 Konstantna variaciona formula sistema datog jed. (30.2) .....</b>	<b>357</b>
Literatura .....	359
<b>31. PERIODIČNA REŠENJA SLOŽENOG SINGULARNOG FRAKCIONO DIFERENCIJALNOG SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM .....</b>	<b>361</b>
<b>31.1 Uvod .....</b>	<b>361</b>
<b>31.2 Definicije i označavanje .....</b>	<b>362</b>
<b>31.3 Glavni rezultati .....</b>	<b>363</b>
<b>31.4 Dvodimenzionalni slučaj .....</b>	<b>366</b>
<b>31.5 Numerički primeri .....</b>	<b>368</b>
Literatura .....	370

# **STABILNOST POSEBNIH KLASA VREMENSKI KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM**

<b>32. STABILNOST</b>	
<b>LINEARNIH VREMENSKI     KONTINUALNIH SINGULARNIH     SISTEMA NA BESKONAČNOM I     KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU .....</b>	<b>373</b>
<b>32.1 Uvod .....</b>	<b>373</b>
32.1.1 Klase sistema koje se razmatraju .....	373
32.1.2 Koncepti stabilnosti .....	373
<b>32.2 Vremenski kontinualni singularni sistemi .....</b>	<b>374</b>
32.2.1 Stabilnost u smislu Lyapunov–a vremenski kontinualnih singularnih sistema .....	374
32.2.2 Stabilnost na konačnom vremenskom intervalu vremenski kontinualnih singularnih sistema .....	378
Literatura .....	383
<b>33. STABILNOST</b>	
<b>LINEARNIH, VREMENSKI     KONTINUALNIH SISTEMA     SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM .....</b>	<b>385</b>
<b>33.1 Uvod .....</b>	<b>385</b>
<b>33.2 Vremenski kontinualni sistemi     sa čistim vremenskim kašnjenjem .....</b>	<b>385</b>
33.2.1 Vremenski kontinualni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem: Stabilnost u smislu Lyapunov–a .....	385
33.2.2 Vremenski kontinualni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem: Stabilnost na konačnom vremenskom intervalu .....	386
Literatura .....	397

<b>34. STABILNOST</b>	
<b>LINEARNIH, SINGULARNIH</b>	
<b>VREMENSKI KONTINUALNIH SISTEMA</b>	
<b>SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNENJEM</b> .....	401
<b>34.1 Uvodna razmatranja</b> .....	401
<b>34.2 Oznake i preliminarna razmatranja</b> .....	401
<b>34.3 Stabilnost u smislu Ljapunova</b> .....	404
34.3.1 Kratak hronološki pregled	
do sada postignutih rezultata .....	404
34.3.2 Glavni rezultati: Prilaz Owens – Debeljković .....	406
34.3.3 Prilaz Pandolfi .....	409
<b>34.4 Praktična stabilnost</b>	
<b>i stabilnost na konačnom vremenskom intervalu</b> .....	412
34.4.1 Kraći, hronološki pregled	
do sada objavljenih rezultata .....	412
34.4.2 Stabilnost na konačnom vremenskom intervalu .....	414
34.4.3 Praktična stabilnost .....	417
Literatura.....	420

## **DODACI**

<b>DODATAK A – Oznake</b> .....	425
<b>DODATAK B - Neljapunovska stabilnost</b>	
<b>vremenski kontinualnih sistema</b>	
<b>sa čistim vremenskim kašnjenjem:</b>	
<b>Prilaz sa</b>	
<b>pozicija integro-diferencijalnih jednačina</b> .....	431