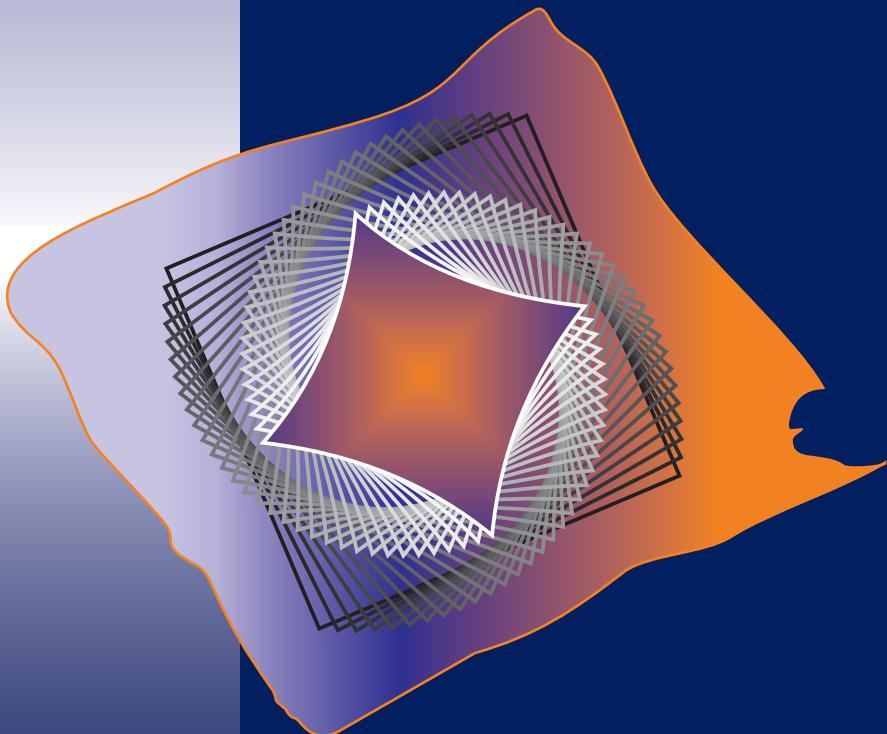


DINAMIKA SINGULARNIH I DESKRIPTIVNIH SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM

D. Lj. Debeljković
Ivan M. Buzurović



Dr Dragutin Lj. Debeljković • Dr Ivan M. Buzurović

**DINAMIKA
SINGULARNIH I DESKRIPTIVNIH
SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA
SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM**

**Stabilnost, robustnost, optimizacija,
stabilizacija i robusna stabilizacija**

**Dynamics of Singular and Descriptive
Time Delayed Control Systems**

**Stability, robustness, optimization,
stabilizability and robustness stabilizability**

*Mašinski fakultet
Univerziteta u Beogradu
2013*

Dr Dragutin Lj. Debeljković, redovni profesor
Mašinski fakultet - Univerzitet u Beogradu

Dr Ivan M. Buzurovic,
Division of Physics and Biophysics,
Harvard Medical School, Harvard University,
Boston, MA, USA

**Dinamika
singularnih i deskriptivnih
sistemi automatskog upravljanja
sa čistim vremenskim kašnjenjem**

**Dynamics of
singular and descriptive
time delayed control systems**

Monografija
Monograph

I izdanje

Recenzenti

Dr Svetislav Zarić, redovni profesor
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Dr Mihailo P. Lazarević, redovni profesor
Mašinskog fakulteta u Beogradu

Izdavač

Univerzitet u Beogradu
Mašinski fakultet Beograd
11000 Beograd, Kraljice Marije 16

Za izdavača
Dr Aleksandar Obradović, prof.

Odobreno za štampu
odlukom Dekana br. 227/13 od 07.02.2013.

Beograd, 2013
Tiraž: 200 primeraka

Štampa PLANETA print
ISBN 978 – 86 – 7083 – 779 – 9

*Preštampavanje, umnožavanje, fotokopiranje
ili reprodukcija cele knjige ili nekih njenih delova nije dozvoljena*

Dr Dragutin Lj. Debeljković - Dr Ivan M. Buzurović

**DINAMIKA
SINGULARNIH I DESKRIPTIVNIH
SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA
SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM**

**Stabilnost, robusnost, optimizacija,
stabilizacija i robusna stabilizacija**

**DYNAMICS
OF SINGULAR AND DESCRIPTIVE
TIME DELAYED CONTROL SYSTEMS**

**STABILITY, ROBUSTNESS, OPTIMIZATION,
STABILIZABILITY AND ROBUSTNESS STABILIZABILITY**

Zahvalnost

*Izdanje ove
naučne monografije
finansijski je pomoglo*

**Ministarstvo za prosvetu, nauku,
i tehnološki razvoj Republike Srbije**
na čemu je Ministarstvu autor neizmerno i duboko zahvalan

PREDGOVOR

Već više od dve pune decenije *singularni* (deskriptivni) sistemi privlače pažnju naučne i stručne javnosti širom sveta.

Njihovo prisustvo u svim granama tehnike i u pojedinim oblastima društvenih nauka više je nego evidentno, što obavezuje da im se sa svih mogućih aspekata proučavanja posveti dužna pažnja.

U matematičkom smislu ovi sistemi su predstavljeni kombinacijom diferencijalnih (diferencnih) i algebarskih jednačina, pri čemu ove druge predstavljaju ograničenje koje treba zadovoljiti pri rešavanju onih prvih.

Imajući to u vidu, sasvim je jasno da je odgovarajuće poznavanje linearne algebре i teorije sistema neophodno za razumevanje i adekvatno tumačenje dobijenih rezultata.

Već više od pola veka *sistemi sa kašnjenjem* privlače pažnju naučne i stručne javnosti širom sveta.

Njihovo prisustvo u svim granama nauke i tehnike više je nego evidentno i u tom smislu brojni naučni radovi i obimna publicistička delatnost u punoj meri su iskazali interes koji je za njih bio pokazan.

U matematičkom smislu, ova klasa sistema opisana je običnim diferencijalnim (diferencnim) jednačinama sa pomerenim argumentom, što uslovljava čitav niz dodatnih poteškoća pri njihovom rešavanju.

S druge strane, u prvom slučaju, kao sistemi beskonačne dimenzije, njihovo proučavanje u kompleksnom domenu uslovljeno je suočavanjem sa transcendentnim prenosnim funkcijama, što u izvesnim slučajevima zahteva radikalnu preformulaciju postojećih kriterijuma i metoda razvijenih za obične linearne sisteme, a ponekada i formiranje sasvim novih prilaza i postupaka za razrešavanje postavljenih zadataka kako klasične, tako i moderne teorije automatskog upravljanja.

Razmatrajući osobine i specifičnosti pomenutih klasa sistema, zainteresovanom čitaocu se pružila jedinstvena prilika, da na jednom mestu spozna dve, veoma posebne i značajne klase sistema automatskog upravljanja.

U tom smislu dosta prostora bilo je posvećeno problematici tzv. singularnih sistema i sistema sa čistim vremenskim kašnjenjem kao i njihovim diskretnim analogima.

Valja istaći da postoji veliki broj sistema automatskog upravljanja u kojima je izražen istovremen fenomen čisto vremenskog kašnjenja i evidentna singularnost tako da ova klasa sistema poznata pod imenom **Singularni sistemi sa kašnjenjem** zaslужuje posebnu pažnju imajući u vidu da nedvosmisleno objedinjuje ranije ukazane specifičnosti pojedinačnih klasa, ovde, opisanih sistema.

Ovi sistemi imaju mnoge specifične karakteristike.

Ako želimo da ih rigurozno opišemo, da ih projektujemomo sa zavidnim stepenom tačnosti ili da kvalitetno upravljamo njima, moramo tada da poklonimo veoma veliku pažnju dubokoj spoznaji njihovih suštinskih osobina i posebnossti koje ih u, velikoj meri, razlikuju od drugih klasa sistema.

U matematičkom smislu ova klasa sistema automatskog upravljanja predstavljena je kuplovanim sistemom diferencijalnih (diferencnih) jednačina sa pomerenim argumentom, kojima je pridružen sistem odgovarajućih algebarskih jednačina koje u opštem slučaju mogu biti, takođe, sa pomerenim argumentom ili bez njega.

U tom smislu predmet ove naučne monografije predstavlja pomenuta klasa singularnih (diferencnih) sistema sa prisutnim čistim vremenskim kašnjenjem lociranom u stanju sistema, prirodno proistekla iz globalnog matematičkog modeliranja pojedinih realnih objekata i procesa automatskog upravljanja.

Kao i uvek, u žiji interesovanja sa stanovišta dinamike ovde izučavanih klasa sistema, bila su pitanja njihove **stabilnosti u Ijapunovskom i neljapunovskom smislu**, što predstavlja permanentnu preokupaciju i interesovanje autora već više a iskazano kroz brojne naučne radove objavljene u uglednim međunarodnim časopisima ili saopštene na renomiranim međunarodnim konferencijama.

Uvažavajući savremene trendove u naučnoj literaturi, već klasična pitanja stabilnosti ove klase sistema, propraćena su i odgovarajućim rezultatima vezanim za ispitivanje njihove robusnosti u prisustvu strukturnih i nestrukturnih perturbacija kao i nedavno nastalim metodama za optimizaciju i podešavanje polova kojima se ili stabišu ili robusno stabišu razmatrani sistemi.

Ova monografija, kao i nekoliko prethodnih monografija prvopotpisanog autora, podržava i nastavlja da prezentuje aktuelne trendove u ovaj oblasti i predstavlja uobličen, rafiniran, selektivan i prilagođen tekst delom, preuzet iz savremenih radova objavljenih u renomiranim međunarodnim časopisima najvišeg ranga a i monografija koje se bave opštim pitanjima problema stabilnosti, robusnosti stabilnosti, stabilizacije i robusne stabilizacije ove klase sistema automatskog upravljanja.

Već duži niz godina postoji nasušna potreba, da se na ovdašnjim i sadašnjim naučnim prostorima, pojavi jedno ovakvo štivo koje bi, sa prethodnim izdanjima, zainteresovanim čitaocima pružilo dovoljno početnih znanja i ohrabrenja da se bez straha i bojazni mogu upustiti u dalju spoznaju ove veoma složene problematike a što je i bila glavna preokupacija autora bez ikakvih pretenzija da se, u ovom trenutku, ponudi i nešto više.

Za razliku od prethodnih izdanja, ovde je iznet nešto širi spektar nedavno objavljenih radova autora a koji se odnosi na doprinose date na polju neljapunovske stabilnosti, ovde razmatranih klasa sistema sa unetim izvesnim brojem numeričkih, školskih primera a i primera koji su proistekli iz svakodnevne prakse, posebno u sferi primene ove klase sistema u medicini kako u lečenju kancera prostate tako i u tehnologiji dopremanja i doziranja lekova.

Dr Svetislavu Zariću i Dr Mihailu P. Lazareviću, redovnim profesorima Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu autori su duboko zahvalni na korisnim sugestijama i trudu oko recenzije.

Beograd, januar 2013. god.

Autori

**DINAMIKA
SINGULARNIH I DESKRIPTIVNIH
SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA
SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM**

**DYNAMICS
OF SINGULAR AND DESCRIPTIVE
TIME DELAYED CONTROL SYSTEMS**

SADRŽAJ

Opšta razmatranja

I UVODNI DEO	1
1. NEKA OPŠTA PITANJA SINGULARNIH SISTEMA	1
1.1 Primeri singularnih sistema	2
1.2 Problem početnog stanja	4
1.3 Redukovanje reda sistema	5
1.4 Rešenja u vremenskom domenu korišćenjem Drazinove inverzije	7
1.5 Singularna perturbacija	7
1.6 Rešavanje Laplasovom transformacijom	8
1.7 Modalna analiza	9
1.8 Osmotrivost i upravljivost	10
Literatura	12
II UPRAVLJIVOST I OSMOTRIVOST	13
2. UPRAVLJIVOST SINGULARNIH SISTEMA	13
2.1 Definicije i leme	17
2.2 Redukovanje na kondenzovanu formu	22
2.3 Regularizacija i minimizacija indeksa pomoću povratne sprega po veličinama stanja	29
2.4 Geometrijski dokazi	33
2.5 Povratna sprega po izvodu stanja i izlaza	35
2.6 Vremenski diskretni sistemi i linearno kvadratno upravljanje	37
Literatura	37

3. OSMOTRIVOST SINGULARNIH SISTEMA	41
3.1 Neimpulsni sistemi,	
impulsna upravljivost i osmotrivost	42
3.2 Glavni rezultati	50
Literatura	51

Stabilnost kontinualnih singularnih sistema

III STABILNOST	
KONTINUALNIH SINGULARNIH	
SISTEMA U SMISLU LJAPUNOVA	53
4. ROBUSNA STRUKTURNΑ STABILNOST	
LINEARNIH INTERVALNIH SINGULARNIH SISTEMA	53
4.1 Uvod	53
4.2 Označavanja i preliminarna razmatranja	55
4.3 Glavni rezultati	55
4.4 Ilustrativni primer	60
Literatura	62
5. GENERALIZOVANE	
LJAPUNOVLJEVE JEDNAČINE	
ZА ANALIZУ STABILNOSTI SINGULARNIH SISTEMA	63
5.1 Uvod	63
5.2 Opis sistema i preliminarni rezultati	64
5.3 Generalizovana	
Lјapunovljeva jednačina	
<i>i asimptotska stabilnost</i>	66
5.4 Numerički primeri	72
Literatura	75

6. NOVE LJAPUNOVLJEVE I RIKATIJEVE JEDNAČINE ZA SINGULARNE SISTEME: VREMENSKI KONTINUALAN SLUČAJ	77
6.1 Uvod	77
6.2 Preliminarna razmatranja	78
6.3 Ljapunovljeve jednačine i stabilnost	81
6.4 Rikatijeva jednačina i stabilizacija	83
6.5 Ilustrativni primeri	85
Literatura	89
7. ROBUSNOST SINGULARNIH SISTEMA SA PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA	91
7.1 Uvod	91
7.2 Preliminarna razmatranja	92
7.3 Robusnost bez impulsa i osobine stabilnosti	93
7.4 Robusni impulsni regulatori	100
Literatura	106
8. LJAPUNOVLJEVA TEORIJA STABILNOSTI I ROBUSNO UPRAVLJANJE SINGULARNIH SISTEMA SA PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA	107
8.1 Uvod	107
8.2 Pretpostavke i definicije stabilnosti	108
8.3 Ljapunovljeve teoreme stabilnosti za singularne sisteme	110
8.4 Regulatori smešteni u povratnim spregama po veličinama stanja koji garantuju asimptotsku stabilnost za singularne sisteme sa prisutnim neizvesnostima	113
8.5 Ilustrativni primer	117
Literatura	120

9. KONCEPTI STABILNOSTI ZA OPŠTE VREMENSKI KONTINUALNE IMPLICITNE SISTEME : DEFINICIJE, HAUTOVI TESTOVI I LJAPUNOVLJEVI KRITERIJUMI	123
9.1 Uvod	123
9.2 Asimptotska stabilnost	123
9.3 Ljapunovljeve teoreme za moguće nekvadratne sisteme	131
Literatura	140
10. STABILIZACIJA LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA	143
10.1 Definisanje problema	144
10.2 Rešenja regulacije izlaza pomoću povratne sprege sa potpunom informacijom	147
10.3 Rešenja regulacije izlaza pomoću povratne sprege na osnovu signala greške	149
10.3.1 Slučaj singularnih sistema koji mogu biti normalizovani	151
10.3.2 Opšti slučaj	154
Literatura	159
IV STABILNOST KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU	161
11. UPRAVLJANJE NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA SA PARAMETARSKIM NEIZVESNOSTIMA I U PRISUSTVU DELOVANJA POREMEĆAJA	161
11.1 Uvod	161
11.2 Postavka problema	162
11.3 Osnovni rezultati	164
11.4 Numerički primer	167
Literatura	168

12. STABILNOST NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU IMPULSNIH SINGULARNIH DINAMIČKIH SISTEMA	171
 12.1 Matematički model impulsnih singularnih dinamičkih sistema	172
 12.2 Vremenski zavisni impulsni singularni dinamički sistemi	175
 12.3 Vremenski zavisni impulsni singularni sistemi	176
 12.4 Stabilnost na konačnom vremenskom intervalu impulsnih singularnih dinamičkih sistema	177
Literatura	181

*Stabilnost
diskretnih
deskriptivnih sistema*

V STABILNOST DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA U SMISLU LJAPUNOVA	183
13. ANALIZA I PROJEKTOVANJE ROBUSNE STABILNOSTI ZA VREMENSKI DISKRETNE DESKRIPTIVNE SISTEME	183
 13.1 Označavanje	183
 13.2 Uvod	183
 13.3 Relevantna literatura i formulacija problema	185
13.3.1 Pregled relevantnih rezultata	185
13.3.2 Uvodna razmatranja i formulacija problema	186
 13.4 Rešenja	187
13.4.1 Analiza robusne stabilnosti	187
13.4.2 Robusno klasterovanje korena u definisanom disku	194
13.4.3 Projektovanje robusnog upravljanja	198
Literatura	204

14. ROBUSNA STABILIZACIJA DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA SA PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA	207
14.1 Uvod	207
14.2 Definicije i opis problema	208
14.3 Glavni rezultati	210
14.4 Ilustrativni primer	214
Literatura	215
15. ROBUSNA KVADRATNA STABILNOST SA UPRAVLJANJEM SA DOZVOLJENIM OTKAZOM ZA VREMENSKI DISKRETNE DESKRIPTIVNE SISTEME	217
15.1 Uvod	217
15.2 Opis sistema i formulacija problema	218
15.3 Kvadratna stabilnost i stabilizacija	220
15.4 Upravljanje sa prihvatljivim otkazom	224
15.5 Primer	226
Literatura	228
VI STABILNOST DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU	229
16. STABILNOST DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU	229
16.1 Uvod	229
16.2 Formulacija i rešenje problema	232
Literatura	238

*Stabilnost
kontinualnih sistema
sa čistim vremenskim kašnjenjem*

**VII STABILNOST
KONTINUALNIH
SISTEMA SA KAŠNJENJEM U SMISLU LJAPUNOVA** 241

17. STABILIZACIJA LINEARNIH AUTONOMNIH SISTEMA SA KAŠNJENJEM POVRATNOM SPREGOM PO VELIČINAMA STANJA	241
17.1 Uvod	241
17.2 Karakteristična matrična jednačina	243
17.3 Stabilizacija preko opštег sistema bez kašnjenja	251
17.4 Numerički primeri	258
Literatura	266
18. VREMENSKI ZAVISNA ROBUSNA STABILNOST I STABILIZACIJA LINEARNOG SISTEMA SA KAŠNJENJEM I PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA – PRISTUP PREKO LINEARNIH Matričnih NEJEDNAKOSTI	269
18.1 Uvod	269
18.2 Formulacija problema	270
18.3 Glavni rezultati	271
Literatura	283

19. NOVA METODA ZA STABILIZACIJU JEDNE KLASE KONTINUALNIH SISTEMA SA KAŠNJENJEM SA PRISUTNIM NEIZVESNOSTIMA	285
19.1 Uvod	285
19.2 Formulacija problema	286
19.3 Projektovanje upravljanja i analiza stabilnosti	288
19.4 Numerički primeri	292
Literatura	294
VIII STABILNOST KONTINUALNIH SISTEMA SA KAŠNJENJEM NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU	295
20. STABILNOST NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU I STABILIZACIJA SISTEMA SA KAŠNJENJEM	295
20.1 Uvod	295
20.2 Napomene i definicije	296
20.3 Preliminarni rezultati stabilnosti u konačnom vremenskom intervalu	298
20.4 Proširenje Artsteinove transformacije: Primena na stabilizaciju problema na konačnom vremenskom intervalu	301
Literatura	308
21. STABILNOST NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU LINEARNIH VREMENSKI KONTINUALNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM: Kratka rekapitulacija prethodnih rezultata	309
21.1 Uvod	309
21.2 Vremenski kontinualni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem	309
21.2.1 Vremenski kontinualni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem: Stabilnost na konačnom vremenskom intervalu	309
Literatura	320

*Stabilnost
diskretnih sistema
sa čistim vremenskim kašnjenjem*

IX STABILNOST	
DISKRETNIH SISTEMA	
SA KAŠNJENJEM U SMISLU LJAPUNOVA	323
22. ANALIZA	
ROBUSNE STABILNOSTI	
DISKRETNIH LINEARNIH SISTEMA SA KAŠNJENJEM	323
22.1 Uvod	323
22.2 Preliminarna razmatranja	324
22.3 Asimptotska stabilnost	
vremensko diskretnih linearnih	
sistema sa vremenskim kašnjenjem	325
22.4 Numerički primer	328
Literatura	332
X STABILNOST	
DISKRETNIH SISTEMA SA KAŠNJENJEM	
NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU	333
23. NELJAPUNOVSKA STABILNOST	
LINEARNIH VREMENSKI DISKRETNIH	
SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM:	
LMI I KLASIČAN PRILAZ	333
23.1 Uvodna razmatranja	333
23.2 Glavni rezultati	335
Literatura	341

*Stabilnost
kontinualnih singularnih sistema
sa čistim vremenskim kašnjenjem*

XI STABILNOST KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA U SMISLU LJAPUNOVA	343
24. ROBUSNO FLEKSIBILNO UPRAVLJANJE SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM KOJE GARANTUJE INDEKS PERFORMANSE ZA SINGULARNE SISTEME SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM SA PRISUTNIM NEODREĐENOSTIMA	343
24.1 Uvod	343
24.2 Iskaz problema i preliminarna razmatranja	345
24.3 Robusno fleksibilno upravljanje koje garantuje indeks performanse	353
Literatura	364
XII STABILNOST KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU	365
25. PRAKTIČNA STABILNOST KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA SA ČISTIM VREMENSKIM KAŠNJENJEM ODREĐENIH NA OSNOVU DVA MERENJA	365
25.1 Uvod	365
25.2 Preliminarna razmatranja i definicije	366
25.3 Glavni rezultati	368
25.3.1 Paralela sa Lyapunov–ljevim rezultatima	368
25.3.2 Rezultati preko principa poređenja	372
25.3.3 Primena na klasu singularnih sistema sa čistim vremenskim kašnjenjem	375
Literatura	377

26. KONTINUALNI LINEARNI SINGULARNI SISTEMI SA KAŠNJENJEM: MODERNI LMI PRILAZ	379
Literatura	390
27. NON-LYAPUNOV STABILITY OF SINGULAR TIME DELAYED SYSTEMS: CLASSICAL AND MODERN APPROACHES WITH APPLICATION TO AUTOMATIC DRUG DELIVERY	393
27.1 Introduction	393
27.2 System modeling	393
27.2.1 System description	394
27.2.2 Mathematical modeling	395
27.3 Stability concepts	397
27.3.1 Preliminaries	398
27.3.2 Basic definitions	400
27.4 Main results	400
27.5 Dynamic analysis	403
References	407

*Stabilnost
diskretnih deskriptivnih sistema
sa čistim vremenskim kašnjenjem*

XIII STABILNOST DISKRETNIH DESKRIPTIVNIH SISTEMA U SMISLU LJAPUNOVA	409
28. ROBUSTNA STABILNOST LINEARNIH DISKRETNIH DESKRIPТИVNIH SISTEMA SA VREMENSKIM KAŠNJENJEM I SA STRUKTURNIM PARAMETARSKIM NEODREĐENOSTIMA	409
28.1 Uvod	409
28.2 Analiza robustne stabilnosti	409
28.3 Diskretni deskriptivni sistemi sa čistim vremenskim kašnjenjem sa strukturnim i nestrukturnim parametarskim neodređenostima	408
Literatura	422

**XIV STABILNOST DISKRETNIH
DESKRIPTIVNIH SISTEMA SA KAŠNJENJEM
NA KONAČNOM VREMENSKOM INTERVALU 423**

29. DISKRETNI DESKRIPTIVNI SISTEMI SA KAŠNJENJEM: MODERNI LMI PRILAZ 423
Literatura 428

Dodaci

XV DODACI 431
DODATAK A – Oznake 431
DODATAK B - Neophodni dokazi 437
Literatura 443
DODATAK C – Dokaz Teoreme 14.2 445
Literatura 447