

UNIVERZITET U BEOGRADU

DAVOR OSTRIĆ

# DINAMIKA MOSNIH DIZALICA

MAŠINSKI FAKULTET  
Beograd, 1998.

UNIVERZITET U BEOGRADU

DAVOR OSTRIĆ

DINAMIKA MOSNIH  
DIZALICA

MAŠINSKI FAKULTET  
Beograd, 1998.

*Monografija je nastala kao rezultat istraživanja u okviru projekta "Istraživanje savremenih metoda za analizu i projektovanje složenih sistema i konstrukcija u mehanizaciji", ev. broj 11M0PT1 - PP2, finansiranog od strane MNTR Srbije.*

# UNIVERZITET U BEOGRADU

dr Davor Ostrić, dipl.maš.inž.

## DINAMIKA MOSNIH DIZALICA - Monografija, I - Izdanje

### Recenzenti:

dr Nikola Babin, redovni profesor Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu,  
dr Đorđe Zrnić, redovni profesor Mašinskog fakulteta u Beogradu,  
Dragutin Popović, redovni profesor u penziji Mašinskog fakulteta u Beogradu.

### Izdavač:

MAŠINSKI FAKULTET UNIVERZITETA U BEOGRADU  
27. marta br. 80, Beograd.

### Štampanje odobrili:

Naučno veće Mašinskog fakulteta u Beogradu,  
Komisija za izdavačku delatnost Mašinskog fakulteta u Beogradu, i  
Ministarstvo za nauku i tehnologiju Republike Srbije.

*Glavni i odgovorni urednik*  
Prof. dr Nedeljko Plavšić.

*Štampa:* Zavod za grafičku tehniku  
Tehnološko-metalurškog fakulteta  
Beograd, Karnedžjeva 4.

*Tiraž:* 150 primeraka.

ISBN 86-7083-307-7

Štampanje finansijski podržalo  
Ministarstvo za nauku i tehnologiju  
Republike Srbije.

CIP - Katalogizacija u publikaciji  
Narodna biblioteka Srbije, Beograd

621.874.01

OSTRić, Davor

Dinamika mosnih dizalica: [monografija] /  
Davor Ostrić. - [1. izd.]. - Beograd: Mašinski  
fakultet, 1998 (Beograd: Zavod za grafičku  
tehniku Tehnološko-metalurškog fakulteta). -  
190 str.: graf. prikazi: 24 cm

Na vrhu nasl. str.: Univerzitet u Beogradu. -  
Tiraž 150. - Bibliografija: str. 187 - 190.

ISBN 86-7083-307-7

a) Dizalice - Dinamika  
ID=63524876

Sva prava zadržavaju autor i izdavač.

Preštampavanje i umnožavanje nije dozvoljeno.

## **PREDGOVOR**

Istraživanje dinamičkog ponašanja mosnih dizalica je veoma značajno, zato što ono omogućava da se ustanove stvarna dešavanja u opterećenoj strukturi dizalice. Mosna dizalica je izložena dinamičkim dejstvima tokom njenog nestacionarnog kretanja (ubrzanja i kočenja). Izučavanjem tih dejstava, izvesni nepoznati uticaji na dinamičko ponašanje koji su uvedeni u razmatranje preko određenih koeficijenata, dobijaju svoju teorijsku verifikaciju.

Tehnički propisi za projektovanje dizalica su veoma blisko povezani sa istraživanjima dinamičkih pojava.

Nagli razvoj računara i merne tehnike omogućio je relativno lako rešavanje složenih teorijskih problema.

U okviru monografije izvršena je analiza statističkih i dinamičkih parametara predstavljenih u dinamičkim modelima za analizu dizanja (spuštanja) tereta i kretanja dizalice u horizontalnoj ravni - ravni kretanja.

Prilikom izučavanja dinamičkog ponašanja mosne dizalice u razmatranje je uveden uticaj krutosti noseće konstrukcije, što je veoma važno sa aspekta fizikalnosti rešavanja problema.

Posebna pažnja posvećena je pojavi zakošenja mosta koja je veoma značajna prilikom eksploatacije dizalice. Numerički primeri pokazuju verifikaciju teoretskih istraživanja.

Potrebno je naglasiti da izvršene analize i dobijeni rezultati u ovoj monografiji predstavljaju naučni doprinos u oblasti dizaličnog inženjerstva.

Materija izložena u monografiji podeljena je na sedam poglavlja.

U prvom poglavlju prikazana materija odnosi se na dinamičko modeliranje mosnih dizalica u vertikalnoj ravni pri radu mehanizma za dizanje tereta. Pored detaljnog prikaza relevantnih istraživanja iz ove oblasti u svetu, posebno su prikazana sopstvena istraživanja autora, kao i postignuti rezultati.

Drugo poglavlje predstavlja prikaz principa modeliranja mosnih dizalica u horizontalnoj ravni, i dati su najznačajniji dinamički modeli relevantnih inostranih autora.

U trećem poglavlju prikazana je elementarna teorija matematičkog modeliranja mosnih dizalica na najjednostavnijem dinamičkom modelu.

Četvrto poglavlje je centralni deo monografije, i zajedno sa prvim poglavljem čini suštinu izložene materije. U ovom poglavlju prikazane su teorijske postavke dinamičkog ponašanja mosnih dizalica u horizontalnoj ravni, koje su rezultat autorovog dugogodišnjeg originalnog istraživanja, kao i istraživanja tima pod rukovodstvom autora. U ovom poglavlju analizirani su svi relevantni uticaji na dinamičko ponašanje mosnih dizalica u horizontalnoj ravni.

U petom poglavlju predstavljeni su rezultati istraživanja koji su prikazani u prethodnom poglavlju u formi brojnog primera na realnom objektu - konkretnoj izvedenoj mosnoj dizalici. Rezultati su prikazani u vidu dijagrama i tabela.

Šesto poglavlje predstavlja završna razmatranja i zaključke prikazanih istraživanja.

Sedmo poglavlje predstavlja spisak korišćene literature.

Koristim priliku da se zahvalim dr Nikoli Babinu, redovnom profesoru Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu, dr Đorđu Zrniću, redovnom profesoru Mašinskog fakulteta u Beogradu, i Dragutinu Popoviću, redovnom profesoru Mašinskog fakulteta na obavljenoj recenziji.

Takođe, želim da se zahvalim Aleksandru Jočiću, dipl.maš.inž. na tehničkoj obradi monografije.

Posebno želim da se zahvalim i istaknem doprinos mr Aleksandra Brkića i mr Nenada Zrnića, asistenata Mašinskog fakulteta u Beogradu, koji su zajedno sa autorom monografije objavili veći broj naučnih radova, čime su značajno doprineli kvalitetu monografije, i značajno su se angažovali da bi knjiga izšla u ovakovom obliku.

Mr Uglješi Bugariću, asistentu Mašinskog fakulteta u Beogradu, zahvaljujem se na ustupanju njegovih računarskih programa koji su korišćeni prilikom izrade brojnog primera.

Autor

## PREFACE

The study of dynamic behaviour of bridge cranes is very important, because it can clarify the real state of the loaded structure. A bridge crane is subjected to dynamic actions during its nonstationary motion (acceleration and braking). By studying these dynamic actions, certain unknown influences to dynamic behaviour, which are included by values of coefficients, are obtaining their theoretical verification.

Technical regulations for cranes design are very close connected with the researches of dynamic phenomenons.

The hasty development of computers and measurement technique makes easier the solving of complex theoretical problems.

This monograph includes the analysis of static and dynamic parameters represented in dynamic models for analyses of hoisting (lowering) of load and horizontal motion of crane.

During the study of dynamic behaviour of bridge crane is included the influence of rigidity of carrying structure, what is very important from the aspect of phisicality of solving the problem.

The paricular attention is dedicated to the phenomenon of bridge skewing because its importance during expletation of crane. Numerical examples give the verification of theoretical researches.

It should be emphasized that the analyses and obtained results in this monograph gives the scientific contribution in the field of cranes mechanical engineering.

The text in this monograph is devided in seven chapters.

The first chapter shows the manners of dynamic modeling of bridge cranes in vertical plane during the work of hoisting mechanism. It is presented the defailed survey of relevant studies in this field in the world, with the special attention to the studies and results obtained by author.

The second chapter presents the principles of modeling of bridge cranes in horizontal plane and are given the most important models made by relevant authors in the world.

In the third chapter is shown the basic theory of mathematical modelling of bridge cranes on the simplest dynamic model.

The fourth chapter is the main part of the monograph, and in common with the first chapter form the essence of the text. In this chapter are shown theoretical fundaments of dynamic behaviour of bridge cranes in horizontal plane which are the results of author's long - range original researches, also as the researches done by the team under the leadership of the author. This chapter presents all relevant influences which are important for the dynamic behaviour of bridge cranes in horizontal plane.

In the fifth chapter are presented the real results of researches in the previous chapter in the form of numerical example done on the real object - existing bridge crane. The results are shown by diagrams and tables.

The sixth chapter gives the final considerations and conclusions of presented researches.

The seventh chapter is the survey of used references in the text.

I am indebted to the reviewers of this monograph, prof. dr Nikola Babin, prof. dr Đorđe Zrnić, and prof. dr Dragutin Popović.

I am grateful to ing. Aleksandar Jočić, for excellent typing of manuscript.

Specifically, my warmest thanks go to M.Sc. Aleksandar Brkić and M.Sc. Nenad Zrnić, assistants in the Faculty of Mechanical Engineering, which have been published many Scientific papers together with the author, what increases the scientific level of the monograph. I would like also to emphasize their contribution, for providing necessary facilities to complete this volume and their technical advices and careful checking of monoscript, what is helped in better presentation of the paper.

Finally, my grateful thanks are due to M.Sc. Uglješa Bugarić, assistant in the Faculty of Mechanical Engineering Belgrade, for giving to me his original computer programs used in numerical example.

Author

## SADRŽAJ

|  |    |
|--|----|
| I UVODNA RAZMATRANJA.....  | 1  |
| 1. DINAMIČKO PONAŠANJE MOSNIH DIZALICA PRI RADU<br>MEHANIZMA ZA DIZANJE TERETA .....                     | 5  |
| 1.1. <i>Uvodna razmatranja</i> .....   | 5  |
| 1.2. <i>Dinamički parametri</i> .....  | 5  |
| 1.3. <i>Dinamičko modeliranje</i> .....  | 17 |
| 1.4. <i>Dinamičko ponašanje mehanizama dizanja tereta</i> .....  | 18 |
| 1.5. <i>Dinamički modeli dizalica sa dva stepena slobode</i> .....                                       | 23 |
| 1.6. <i>Dinamički modeli dizalica sa tri stepena slobode</i> .....                                       | 25 |
| 1.7. <i>Dinamički modeli dizalica sa više stepeni slobode</i> .....                                      | 27 |
| 1.8. <i>Analiza dinamičkog ponašanja mosnih dizalica u vertikalnoj ravni</i> .....                       | 29 |
| 1.8.1. <i>Parametri dinamičkog modela</i> .....  | 30 |
| 1.9. <i>Matematičko modeliranje mosne dizalice za slučaj ubrzanja pri dizanju tereta</i> .....           | 32 |
| 1.10. <i>Matematičko modeliranje mosne dizalice za slučaj kočenja pri spuštanju tereta</i> .....         | 36 |
| 1.11. <i>Brojni primeri</i> .....  | 37 |
| 2. DINAMIČKO PONAŠANJE MOSNIH DIZALICA PRI<br>TRANSLATORNOM KRETANJU.....                                | 40 |
| 2.1. <i>Opšte napomene</i> .....   | 40 |
| 2.2. <i>Formiranje proračunskog modela za dinamičko proučavanje dizalica u horizontalnoj ravni</i> ..... | 42 |
| 2.2.1. <i>Diskretno - kontinualni modeli</i> .....   | 42 |
| 2.2.2. <i>Diskretni proračunski modeli</i> .....   | 49 |
| 3. TRANSLATORNO NESTACIONARNO KRETANJE SA DVE MASE ...   | 52 |
| 3.1. <i>Dinamički model sa dve mase za slučaj ubrzanja</i> .....   | 52 |
| 3.2. <i>Dinamički model sa dve mase za period kočenja</i> .....  | 57 |
| 3.3. <i>Definisanje pogonske sile</i> .....  | 60 |

|  |            |
|--|------------|
| <b>4. DINAMIKA KRETANJA MOSNE DIZALICE SA UTICAJEM KRUTOSTI MOSTA U HORIZONTALNOJ RAVNI .....</b>  | <b>62</b>  |
| <b>4.1. Određivanje dinamičkih veličina za odvojen pogon .....</b>   | <b>62</b>  |
| <b>4.2. Postavljanje dinamičkih jednačina za odvojen pogon i za period ubrzanja .....</b>  | <b>65</b>  |
| <b>4.3. Postavljanje dinamičkih jednačina za odvojen pogon i period kočenja .....</b>  | <b>79</b>  |
| <b>4.4. Dinamički model za period ubrzanja a za centralni pogon mosta .....</b>  | <b>89</b>  |
| <b>4.5. Analitičko rešavanje perioda kočenja za centralni pogon .....</b>  | <b>95</b>  |
| <b>4.6. Postavljanje dinamičkih jednačina za odvojen pogon i za period ubrzanja (pogonska sila zavisi od kvadrata vremena) .....</b>                                 | <b>103</b> |
| <b>4.7. Dinamičko ponašanje mosne dizalice sa više koncentrisanih masa pri translatorynom kretanju bez uticaja pogonskih vratila .....</b>                           | <b>108</b> |
| <b>4.8. Dinamičko ponašanje mosne dizalice u horizontalnoj ravni, modelirane sa više koncentrisanih masa u periodu ubrzanja, sa uticajem pogonskih vratila .....</b> | <b>119</b> |
| <b>4.9. Dinamičko ponašanje mosne dizalice u horizontalnoj ravni, modelirane sa više koncentrisanih masa u periodu kočenja sa uticajem pogonskih vratila .....</b>   | <b>129</b> |
| <b>4.10. Uticaj klaćenja tereta na dinamičko ponašanje mosnih dizalica pri horizontalnom kretanju .....</b>  | <b>138</b> |
| <b>4.10.1. Uticaj klaćenja tereta u periodu ubrzanja pri horizontalnom kretanju bez uticaja pogonskih vratila .....</b>  | <b>139</b> |
| <b>4.11. Uticaj klaćenja tereta na dinamičko ponašanje mosne dizalice pri horizontalnom kretanju sa uticajem pogonskih vratila .....</b>                             | <b>143</b> |
| <b>4.11.1. Postavljanje diferencijalnih jednačina kretanja u periodu ubrzanja ne uzimajući u obzir etapno kretanje .....</b>   | <b>144</b> |
| <b>4.11.2. Postavljanje diferencijalnih jednačina za period ubrzanja bez etapa metodom superpozicije deformacija .....</b>   | <b>147</b> |
| <b>4.11.3. Postavljanje diferencijalnih jednačina kretanja za period kočenja bez uzimanja u obzir etapnog kretanja .....</b>   | <b>148</b> |
| <b>4.11.4. Postavljanje diferencijalnih jednačina kretanja za period ubrzanja uzimajući u obzir etapno kretanje .....</b>  | <b>149</b> |
| <b>4.11.5. Postavljanje diferencijalnih jednačina kretanja za period kočenja sa uzimanjem u obzir etapnog kretanja .....</b>   | <b>154</b> |
| <b>4.12. Istovremeno nestacionarno kretanje mosne dizalice u horizontalnoj ravni i dizanje tereta .....</b>  | <b>155</b> |
| <b>4.13. Uticaj prigušenja na određivanje vrednosti dinamičkih veličina .....</b>  | <b>160</b> |
| <b>5. BROJNI PRIMER .....</b>  | <b>165</b> |
| <b>6. ZAKLJUČAK .....</b>  | <b>185</b> |
| <b>7. LITERATURA .....</b>   | <b>187</b> |

## I UVODNA RAZMATRANJA

**S**avremene dizalice treba da pokažu veoma visoke tehničko-ekonomske pokazatelje. To uslovjava česte promene režima rada i pojavu značajnih dinamičkih efekata. Rad dizalice je obuhvaćen stacionarnim i nestacionarnim periodima kretanja.

Nestacionarni režimi kretanja uslovljavaju pojavu promenljivih opterećenja na mehanizme i noseću strukturu dizalice.

To sve govori o potrebi dinamičke analize pri projektovanju dizalice sa ciljem preciznijeg određivanja naponskog stanja i deformacija elemenata mehanizama i noseće strukture.

Približavanje stvarnom naponskom stanju elemenata dizalice je osnovni uslov za optimizaciju konstrukcije dizalice.

Rezultati dobijeni pri proučavanju dinamičkog ponašanja dizalice utiču na formiranje vrednosti dinamičkih koeficijenata koji su zastupljeni u propisima za projektovanje dizalica. Savremeni razvoj dizalica zahteva povećanje nosivosti i radnih brzina u cilju što veće produktivnosti. Dopunska inercijalna opterećenja uzimaju se u obzir tako što se glavna opterećenja uvećavaju dinamičkim koeficijentima.

Teoretskim putem je potrebno obuhvatiti što veći broj parametara koji utiču na ponašanje sistema vodeći pri tome računa o stepenu važnosti pojedinih uticaja.

Dopunska dinamička opterećenja se mogu razvrstati u radna, slučajna i havarijska. Radna opterećenja su najznačajnija i imaju oscilatorni karakter [13, 23].

Razvoj računara je svakako bitno uticao na rešavanje složenih dinamičkih problema. Modeliranje konstrukcije kao neophodna faza u korišćenju računara ima jednu od najznačajnijih uloga. Eksperimentalna istraživanja su značajna verifikacija teoretskih postavki, pa je razvoj merne tehnike nezaobilazan faktor.

U narednim izlaganjima će biti dat kratak pregled dosadašnjih istraživanja u svetu.

Za proučavanje dinamike dizalica, Ivančenko [13] smatra da je potrebno realnu mašinu zameniti fizičkim modelom koji treba da bude predstavljen sa nekoliko koncentrisanih masa koje će predstavljati radne delove mašine i njene mehanizme, međusobno povezane elastičnim lakin vezama (bez mase), kao što su na primer užad, vratila, elastične spojnice, itd. Pod dejstvom spoljnih opterećenja

(pogonski i kočni moment, radni otpori mašine), koncentrisane mase mašine počinju da vrše oscilatorno kretanje (male oscilacije), a elastični elementi počinju da se deformišu. Promena stanja pogonskih sila ili momenta mehanizma pri elastičnom oscilovanju može biti toliko velika, da one svojom trenutnom vrednošću mogu značajno premašiti statičko i inercijalno opterećenje, što može dovesti do preopterećenja i lomova delova mehanizma. Oko 90% polomljenih delova mašina rezultati su dejstva promenljivih dinamičkih opterećenja. Prema Ivančenku, proračun dinamičkih opterećenja treba sprovoditi prema sledećim etapama [13]:

- postavljanje fizičkog modela ili ekvivalentne šeme mehanizma;
- određivanje svedenih masa i krutosti veza;
- određivanje veličine i karaktera promene spoljnih opterećenja koja deluju na sistem;
- postavljanje diferencijalnih jednačina kretanja masa sistema;
- nalaženje elastičnih sila i momenata u sastavnim delovima mehanizama.

Prema Šefleru, Dresigu i Kurtu [53], formiranje modela za proračun dinamičkih svojstava realnih objekata ima za cilj i utvrđivanje zakonomernosti, kako promena konstruktivnih parametara tih objekata utiče na njihovo dinamičko ponašanje, i koje su posledice tih promena. Proračunski modeli moraju da omoguće izračunavanje onih parametara koji su svrsishodni u procesu projektovanja. Parametri proračunskih modela "krutih" mašina su mase, momenti inercije i koordinate težišta masa posebnih elemenata, dok elastične veze i amortizeri ne stvaraju dopunske stepene slobode. Model "krutih" mašina koristi se u slučaju malih oscilacija odvojenih elemenata mašine, kada je najviša frekvencija pobude bitno manja od najniže frekvencije sopstvenih oscilacija mašine, i kad pogonski mehanizmi ostvaruju kretanje mašine sa relativno malim brzinama. Pri formiranju modela treba obratiti pažnju na saglasnost sopstvenih frekvencija (samo nižih) elastičnih oscilacija modela i realnog objekta. Broj nezavisnih kretanja delova mašine (masa) jednih u odnosu na druge, predstavlja broj stepeni slobode proračunskog modela sistema. Ovaj broj se bira proizvoljno, i zavisi od dopuštenih uprošćenja modela. Povećanje broja stepeni slobode po pravilu povećava tačnost proračuna, ali i broj sopstvenih frekvencija. Broj stepeni slobode modela mora da odgovara broju oblika sopstvenih oscilacija. Autori predlažu da se u odsustvu rezultata eksperimentalnog ispitivanja treba baviti ocenom sledećih parametara:

- sopstvenih frekvencija mašine (naročito najniže);
- frekvencije periodičnog pobuđivanja mašine;
- vremena trajanja nestacionarnih pobuda.

Proračunski model mašine sa elastičnim vezama mora da ima najmanje jedan stepen slobode više, nego što je broj frekvencija sopstvenih oscilacija koje su određene eksperimentalno [53]. Treba istaći važnost eksperimenta, jer je usavršavanje merne tehnike omogućilo prilično tačno registrovanje naponskog stanja noseće strukture i mehanizama [26]. Preko odgovarajućih davača veoma tačno se mogu meriti amplitude, frekvencije, brzine i ubrzanja.

Najsveobuhvatniji prilaz određivanju dinamičkog ponašanja dizalica dali su Budikov, Kuang i Nežencev [5]. Oni polaze od toga da je tačno određivanje dinamičkih opterećenja koja deluju na elemente pogona i metalne konstrukcije dizalice bitno sa aspekta kreiranja optimalne konstrukcije dizalice i njenih pogona, i da se taj problem svodi na rešavanje diferencijalnih jednačina drugog reda:

$$\ddot{\vec{X}} = \vec{f}(\dot{\vec{x}}, \vec{x}, \vec{c}, \vec{F}, t), \quad (I.1)$$

sa početnim uslovima  $\dot{\vec{x}}(0) = \dot{\vec{x}}_o$ ,  $\vec{x}(0) = \vec{x}_o$ , gde je  $\vec{f}$  vektor funkcije desnih delova sistema;  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  - vektor koordinata sistema;  $n$  - broj masa sistema;  $\dot{\vec{x}}, \ddot{\vec{x}}$  - prvi i drugi izvod po vremenu vektora koordinata sistema;  $\vec{c}$  - vektor parametara sistema;  $\vec{F}$  - vektor spoljnih opterećenja sistema;  $t$  - tekuće vreme.

Dobijanje rešenja gore označenog sistema (I.1) u slučaju većeg broja masa nije mogućno analitičkim putem, dok je manu numeričkih metoda što ne daju univerzalno rešenje na osnovu koga je dopušteno suditi o uticaju različitih faktora na dinamiku mašine. Za rešenje ovog zadatka dinamike, autori smatraju da je najcelishodnije primeniti kibernetički pristup. Pri proračunu dizalica na čvrstoću i stabilnost, koriste se u osnovi maksimalne vrednosti dinamičkih opterećenja. Ta opterećenja poželjno je aproksimirati takvom funkcijom koja bi omogućavala njihovo proračunavanje u zavisnosti od određenih karakteristika dizalica (svedenih masa, krutosti, itd.). Zbog toga se primenjuje metoda matematičke teorije eksperimenta, koja dozvoljava rešavanje širokog spektra zadataka dinamike dizalica. Dinamički procesi mnogih mašina mogu se dovoljno tačno opisati sistemima diferencijalnih jednačina, pri čemu se eksperiment na objektu zamjenjuje eksperimentom na ekvivalentnom dinamičkom modelu. U sličnim ili podudarnim konstruktivnim slučajevima opitom je određeno brojno rešenje gornjeg sistema za odgovarajuće vrednosti konstanata, i određena je maksimalna sila na ispitanim elementu konstrukcije. Razrađena je metoda formiranja aproksimativnih modela po kojoj je sprovedeno istraživanje dinamičkih opterećenja pri dizanju tereta i kretanju. Dobra strana ove metode je jednostavnost krajnjih formula za proračun dinamičkih opterećenja, i mogućnost da se na osnovu vrednosti koeficijenata regresije oceni uticaj različitih faktora na veličinu maksimalnih inercijalnih opterećenja. Proračun dinamičkih opterećenja prema predloženoj metodici sadrži sledeće etape [5]:

- 1) Izbor proračunske šeme, gde treba izabrati šemu koja najbolje opisuje ukupan proces, a zatim se uz pomoć računara rešava postavljeni matematički model koji se može dodatno usložiti uvođenjem u proračun elektromehaničkih karakteristika pogona.
- 2) Uvođenje izvesnih faktora za odlučivanje. Eksperimenti pokazuju da se u najvećem broju slučajeva ova etapa sprovodi na osnovu analize apriornih informacija. U protivnom sledi primena specijalnih (slučajnih) metoda.
- 3) Određivanje oblasti primene faktora na osnovu prethodno izvedenih analiza realnih konstrukcija i kodiranje tih faktora.

- 4) Izbor konačnog izgleda modela. Zbog jednostavnijeg praktičnog korišćenja modela, celishodno ga je prikazati u obliku polinoma. Ocena aproksimiranog parametra modela zavisi od brojnog faktora, variranog (kodiranog) faktora i koeficijenata regresije, i ovako postavljeni model se smatra modelom prvog reda. Ukoliko se posle provere ustanovi da model nije adekvatan, prelazi se na formiranje modela drugog reda. Predstavljanje modela polinomima trećeg i višeg reda nije svrshodno primenjivati zbog većeg broja koeficijenata.
- 5) Izbor plana eksperimenta, gde treba uzeti u obzir optimalnost plana po statističkim karakteristikama, troškove eksperimenata i složenost obrade rezultata eksperimenta. Razvoj računara je doveo do smanjivanja važnosti ograničenja usled velikog broja eksperimenata i složene obrade dobijenih podataka.
- 6) Sprovođenje eksperimenta, gde je u svakoj tački izabranog plana neophodno odrediti stvarne vrednosti varirajućih faktora (koeficijenata jednačina kretanja), i na računaru rešiti sistem. Maksimalne vrednosti dinamičkih opterećenja određuju se metodom izjednačavanja na svakom koraku integracije.
- 7) Određivanje koeficijenata regresije i provera adekvatnosti modela, gde oni zavise od vrednosti obrađenih rezultata eksperimenta.
- 8) Formiranje linija grafika jednakih odziva dobijenih aproksimiranih veličina. Ti grafici su pogodni za praktično korišćenje.

Kako je već poznato dinamička opterećenja kod dizalica javljaju se u periodima nestacionarnog režima rada bilo kog od njenih mehanizama (za kretanje dizalice, kretanje kolica, obrtanje strele, promenu dohvata strele, dizanje tereta). U slučaju da čovek upravlja kretanjima dizalice, broj istovremenih nezavisnih kretanja dizalice ne sme biti po propisima veći od dva. Tri, ili više kretanja moguće je samo ostvariti u slučaju automatizovanog rada dizalice gde se programski upravlja njenim kretanjima. Većina autora problem dinamičkog opterećenja dizalica razmatra ponaosob za svako nezavisno kretanje, a tek mali broj njih detaljno proučava problem pri istovremenom radu dva mehanizma dizalice.

## 1. DINAMIČKO PONAŠANJE MOSNIH DIZALICA PRI RADU MEHANIZMA ZA DIZANJE TERETA

### 1.1. *Uvodna razmatranja [5]*

Mnogobrojna teorijska i eksperimentalna istraživanja dinamičkog ponašanja mosnih dizalica pokazala su da su, za strukturu i mehanizme dizalica, sa aspekta čvrstoće i stabilnosti najkritičnije dinamičke pojave koje nastaju pri dizanju (spuštanju) tereta [3]. "Dizalice u eksploataciji imaju visoke tehničko-ekonomske parametre, što uslovjava pojavu dinamičkih opterećenja" [37], koja deluju na noseću strukturu i na mehanizme dizalica. Razmatranje uzajamne povezanosti elemenata dizalice u dinamičkom proračunu veoma je složeno, a često nije ni neophodno, jer nemaju svi faktori podjednaki uticaj na nastajanje i razvijanje dinamičkih opterećenja. Usled toga, pri prelazu sa realne mašine na njenu dinamičku proračunsku shemu, možemo zanemariti faktore koji za dati proračun nemaju suštinski značaj [23]. Na osnovu preporuka koje su date u literaturi [7, 14, 16, 23], mogu se odrediti parametri koje bi trebalo uvesti u razmatranje u svakoj dinamičkoj analizi i proračunu: broj koncentrisanih masa, kao i njihov raspored duž elemenata noseće strukture; krutost (elastičnost) nosećih elemenata i strukture, i mogućnost njihove promene; zavisnost pogonskih i sila kočenja pogonskih mehanizama od vremena, brzine, frekvencije obrtaja rotora EM; prigušivanje oscilovanja u strukturi i elementima dizalica, itd [3]. U svakom konkretnom slučaju, neki od pomenutih parametara imaju glavni, a drugi sporedni uticaj na istraživani problem [3, 23].

### 1.2. *Dinamički parametri*

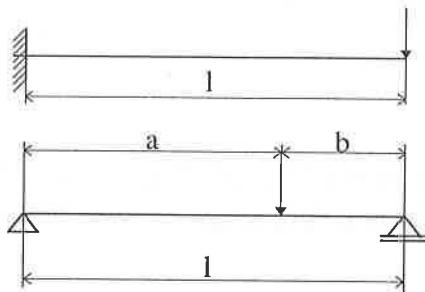
Dinamički modeli su imali svoj dijalektični put od jednostavnih do sve složenijih. Realno događanje je uprošćeno a cilj je da se što više približimo realnom stanju.

Jednačine koje definišu dinamički model se postavljaju na određenim mestima (kao što je na primer kod kretanja dizalice obim pogonskog točka).

Kod realizacije dinamičkih modela treba utvrditi način predstavljanja pojedinih elemenata (elementi pogonskih mehanizama i noseće konstrukcije).

Nosač je u vertikalnoj ili horizontalnoj ravni predstavljen oprugom koja predstavlja elastičnost nosača.

Na slici 1.1 je prikazan konzolni nosač.



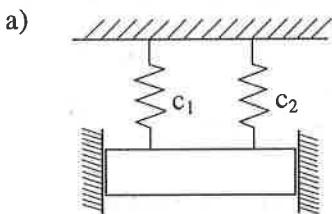
Slika 1.1

Krutost ovakve opruge je ekvivalentna krutosti nosača.

$$c = \frac{3EJ}{l^3}, \quad (1.1)$$

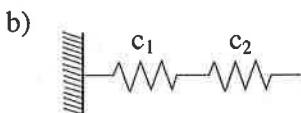
$$c = \frac{3EJ(a+b)}{a^2 \cdot b^2}. \quad (1.2)$$

Kod više nosača u konstrukciji treba vršiti slaganje elastičnih osobina nosača i to redno ili paralelno.



Na slici 1.2.a je predstavljeno paralelno slaganje.

$$c = c_1 + c_2. \quad (1.3)$$

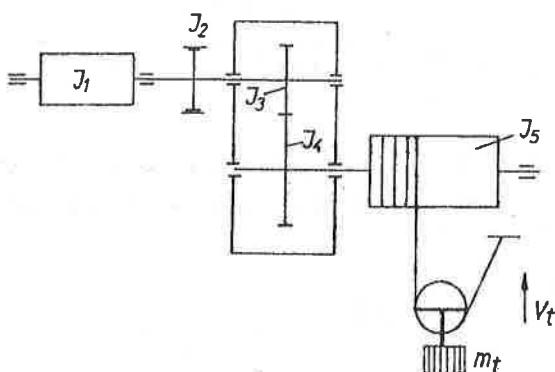


Na slici 1.2.b je predstavljeno redno slaganje.

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}. \quad (1.4)$$

Slika 1.2

Na slici 1.3 su prikazani elementi mehanizma za dizanje tereta [1],



Slika 1.3, [1]

gde su:

$J_1$  - moment inercije mase rototora elektromotora;

$J_2$  - moment inercije mase kočne spojnice;

$J_3$  - moment inercije mase pogonskog zupčanika;

$J_4$  - moment inercije mase vođenog zupčanika;

$J_5$  - moment inercije mase doboša;

$m_t$  - masa tereta;

$v_t$  - brzina tereta;

$\eta_r$  - stepen korisnosti reduktora;

$\eta_m$  - stepen korisnosti mehanizma za dizanje od doboša do vratila elektromotora;

$\eta_{l0}$  - stepen korisnosti mehanizma za dizanje, uključujući i koturaču.

Ako na vratilo elektromotora svodimo momente inercije masa mehanizama za dizanje tereta pri ubrzavanju onda se koristi izraz:

$$J_m \frac{\omega_1^2}{2} = J_1 \frac{\omega_1^2}{2} + J_2 \frac{\omega_1^2}{2} + J_3 \frac{\omega_1^2}{2} + J_4 \frac{\omega_2^2}{2\eta_r} + J_5 \frac{\omega_2^2}{2\eta_m} + m_i \frac{v_i^2}{2\eta_0}, \quad (1.5)$$

gde je:

$J_m$  - moment inercije mehanizma sveden na vratilo elektromotora,

odnosno:

$$J_m = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 \frac{1}{i_0^2 \eta_r} + J_5 \frac{1}{\eta_0^2 \eta_m} + m_i \frac{r_d^2}{(a \cdot i_0)^2 \eta_0}, \quad (1.6)$$

gde su:

$$i_0 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \text{ - prenosni odnos reduktora za dizanje;}$$

$r_d$  - poluprečnik doboša;

$a$  - broj krakova koturače.

Za slučaj kočenja izraz glasi:

$$J_m^k = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 \frac{\eta_r}{i_0^2} + J_5 \frac{\eta_m}{i_0^2} + m_i \frac{r_d^2 \cdot \eta_0}{(a \cdot i_0)^2}. \quad (1.7)$$

Ako se usvoji da je:  $J_v = J_1 + J_2 + J_3$  i da se uticaj momenata inercije masa koje su na vratilu elektromotora uzima sa faktorom  $1,1 \div 1,2$  onda sledi:

$$J_m = (1,1 \div 1,2) J_v + m_i \frac{r_d^2}{(a \cdot i_0)^2 \eta_0}. \quad (1.8)$$

Ako se mase svode na mesto tereta onda je:

$$m_m = m_i + \frac{(1,1 \div 1,2) \cdot (a \cdot i_0)^2 J_v}{r_d^2 \eta_0}. \quad (1.9)$$

Struktura mosta predstavlja elastični sistem sa beskonačnim brojem stepeni slobode kretanja.

Oscilacije mosta se mogu predstaviti sa oscilovanjem jedne koncentrisane mase (sl.1.4).

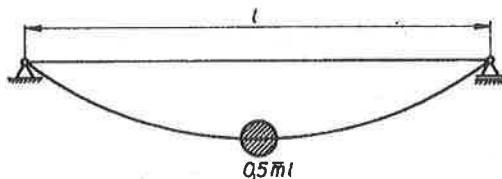
Koeficijent krutosti nosača glasi:

$$c_{sv} = \frac{48EJ}{l^3}, \quad (1.10)$$

gde su:

$J$  - moment inercije poprečnog preseka nosača;

E - modul elastičnosti;  
l - raspon nosača.



Slika 1.4, [27]

Formiranje modela sa konačnim brojem stepeni slobode zasniva se na principu održanja kinetičke energije.

Funkcija oblika oscilovanja se sastoji iz proizvoda funkcije pomeranja i harmonijske funkcije vremena, odnosno:

$$y(x, t) = y(x) \sin(pt + \alpha). \quad (1.11)$$

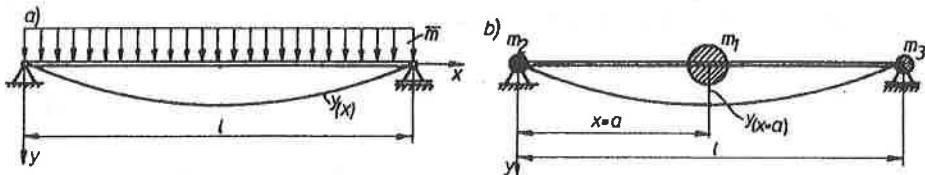
Za model proste grede se mogu usvojiti funkcije:

$$y(x) = \frac{16}{5} \left( \frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right), \quad (1.12)$$

$$y(x) = 3 \frac{x}{l} - 4 \frac{x^3}{l^3}, \quad (1.13)$$

$$y(x) = \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right). \quad (1.14)$$

gde je:  $\bar{m}$  - masa po jedinici dužine.



Slika 1.5, [27]

Za ekvivalentni model koji opisuje oscilovanja kontinualne mase grede usvaja se jednomaseni model sa koncentrisanom masom u sredini raspona. Veličina redukovane mase (u sredini raspona) određuje se iz jednakosti kinetičkih energija oba modela koji moraju zadovoljiti osnovnu frekvenciju sopstvenog oscilovanja:

$$\dot{y}(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = y(x)p \cos(pt + \alpha), \quad (1.15)$$

gde je:

$p$  - osnovna sopstvena frekvencija oscilovanja.

Maksimalna brzina oscilovanja je za:

$$\cos(pt + \alpha) = 1, \quad (1.16)$$

pa je:

$$\begin{aligned} \dot{y}(x, t)_{\max} &= y(x)p, \\ y(x, t)_{\max} &= y(x), \end{aligned} \quad (1.17)$$

gde je:  $y(x)$  - statički ugib.

Ekvivalentna kinetička energija glasi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^l \bar{m}(x) \dot{y}^2(x, t)_{\max} dx &= \frac{1}{2} m_1(x=a) \dot{y}^2(x=a)_{\max}, \\ \dot{y}(x, t) &= y(x)p. \end{aligned} \quad (1.18)$$

odnosno:

$$\int_0^l \bar{m}(x) y^2(x) p^2 dx = m_1(x=a) \cdot y^2(x=a) \cdot p^2, \quad (1.19)$$

$$m_1(x=a) = \frac{\int_0^l \bar{m}(x) y^2(x) dx}{y^2(x=a)}.$$

Ako elastičnu liniju aproksimiramo sa trigonometrijskom funkcijom:

$$y(x) = \sin \pi \frac{1}{x}, \quad (1.20)$$

onda sledi:

$$\begin{aligned} y(x, t) &= \sin \pi \frac{1}{x} \sin(pt + \alpha), \\ \frac{dy(x, t)}{dt} &= \sin\left(\pi \frac{1}{x}\right) \cdot p \cos(pt + \alpha), \\ y(x, t)_{\max} &= \sin\left(\pi \frac{1}{x}\right) \cdot p. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Za:

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}, \\
 \dot{y}(x, t)_{\max} &= y(x)p, \\
 \dot{y}(x, t)_{\max} &= y_{(x=\frac{1}{2})} \cdot p, \\
 \frac{1}{2} \int_0^l \bar{m}(x) \dot{y}^2(x, t)_{\max} dx &= \frac{1}{2} m_{(x=\frac{1}{2})} \cdot \dot{y}^2(x=\frac{1}{2})_{\max}, \\
 \int_0^l \bar{m}(x) y^2(x) dx &= m_{(x=\frac{1}{2})} \cdot y^2(x=\frac{1}{2}), \\
 \int_0^l \bar{m}(x) \sin^2 \frac{\pi \cdot x}{l} dx &= m_{(x=\frac{1}{2})} \cdot \sin^2 \frac{\pi \cdot \frac{1}{2}}{l}, \\
 m_{(x=\frac{1}{2})} &= \frac{\int_0^l \bar{m}(x) \sin^2 \frac{\pi \cdot x}{l} dx}{\sin^2 \frac{\pi}{2}}, \tag{1.22}
 \end{aligned}$$

Ako je:

$$\bar{m} = \text{const.},$$

konačno se dobija:

$$m_{(x=\frac{1}{2})} = \frac{\int_0^l \sin^2 \frac{\pi \cdot x}{l} dx}{\sin^2 \frac{\pi}{2}} = \bar{m} \int_0^l \sin^2 \frac{\pi \cdot x}{l} dx = \bar{m} \cdot \left| \frac{1}{2} x - \frac{1}{4\pi} \sin \frac{\pi \cdot x}{l} \right|_0^l = \frac{1}{2} l \bar{m}, \tag{1.23}$$

odnosno:

$$m_{(x=\frac{1}{2})} = \frac{1}{2} l \cdot \bar{m}. \tag{1.24}$$

Poštjući princip o jednakosti masa ekvivalentnih sistema sledi:

$$\bar{m} \cdot l = m_1 + m_2 + m_3, \tag{1.25}$$

odnosno:

$$m_2 = m_3 = \frac{1}{4} \bar{m} \cdot l. \tag{1.26}$$

Mase  $m_2$  i  $m_3$  su locirane na osloncima, tako da ne učestvuju u izrazima koji opisuju oscilovanje jednomasenog sistema.

Vrednosti redukovane mase nosača u sredini prema obrascima:

$$(1.12) \text{ iznosi } m_1 = 0,5038 \bar{m} \cdot l; \tag{1.27}$$

$$(1.13) \text{ iznosi } m_1 = 0,486 \bar{m} \cdot l; \quad (1.28)$$

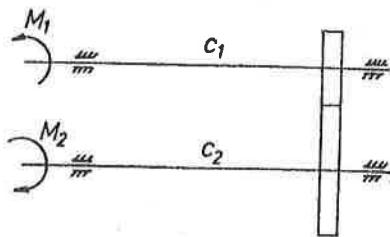
$$(1.14) \text{ iznosi } m_1 = 0,5 \bar{m} \cdot l. \quad (1.29)$$

Sada će biti prikazano svođenje krutosti:

$$\text{Linearna krutost glasi: } c_t = \frac{F}{y} \left[ \frac{N}{m} \right]. \quad (1.30)$$

$$\text{Uglovna krutost glasi: } c_\phi = \frac{M}{\phi} \left[ \frac{Nm}{rad} \right]. \quad (1.31)$$

Na slici 1.6 prikazan je realni sistem, a na slici 1.7 sveden sistem, [1].



*Slika 1.6, [1]*



*Slika 1.7, [1]*

Zna se da je:

$$\begin{aligned} M_2 &= i \cdot M_1, \\ i &= \frac{n_1}{n_2}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Potencijalna energija realnog sistema glasi:

$$E_p = \frac{1}{2} M_1 \varphi_1 + \frac{1}{2} M_2 \varphi_2 = \frac{1}{2} M_1 (\varphi_1 + i \varphi_2). \quad (1.33)$$

Potencijalna energija svedenog sistema glasi:

$$E_p^{sv} = \frac{1}{2} M_1 \varphi_{sv}. \quad (1.34)$$

Izjednačavanjem potencijalnih energija dobija se:

$$\varphi_{sv} = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (1.35)$$

Ako je:

$$\varphi_1 = \frac{M_1}{c_1}, \quad \varphi_2 = \frac{M_2}{c_2} = \frac{M_1 i}{c_2}, \quad \varphi_{sv} = \frac{M_1}{c_{sv}}, \quad (1.36)$$

dobija se:

$$\frac{1}{c_{sv}} = \frac{1}{c_1} + \frac{i^2}{c_2}. \quad (1.37)$$

Sada će biti prikazano svođenje krutosti užeta za dizanje tereta na vratilo elektromotora.

Potencijalna energija tereta glasi:

$$E_p = \frac{1}{2} Q \cdot y_a, \quad (1.38)$$

gde su:

$Q$  - nosivost;

$y_a$  - ukupno izduženje svih užadi koturače,

odnosno:

$$c_k = \frac{Q}{y_a} = c_u \cdot a, \quad (1.39)$$

gde su:

$c_k$  - krutost koturače;

$c_u$  - krutost jednog užeta;

$a$  - broj krakova koturače.

Vrednost momenta tereta svedenog na vratilo elektromotora iznosi:

$$M_1 = \frac{Q \cdot D_d}{2 \cdot a \cdot i}, \quad (1.40)$$

gde su:

$D_d$  - prečnik doboša;

$i$  - prenosni odnos od doboša do elektromotora.

$$E_p^{sv} = \frac{1}{2} M_1 \cdot \varphi_{sv}, \quad (1.41)$$

gde je:

$E_p^{sv}$  - potencijalna energija svedenog sistema.

$$c_{sv} \cdot \varphi_{sv} = M_1, \quad (1.42)$$

$$\frac{1}{2} Q \cdot y_a = \frac{1}{2} M_1 \cdot \varphi_{sv}.$$

Iz prethodno navedenog sledi:

$$\varphi_{sv} = \frac{M_i \cdot 4 \cdot (a \cdot i)^2}{c_k \cdot D_d^2},$$

$$c_{sv} = \frac{c_k \cdot D_d^2}{4 \cdot (a \cdot i)^2}. \quad (1.43)$$

Većina autora [7, 9, 14, 16, 17, 27, 43, 59] u istraživanjima dinamičkih pojava pri dizanju tereta tretiraju krutost užeta kao konstantnu veličinu i određuju njenu vrednost prema poznatom izrazu:

$$c_u = \frac{E_u \cdot A_u}{L_u}, \quad (1.44)$$

gde su:

- $c_u$  - krutost užeta;
- $E_u$  - modul elastičnosti užeta;
- $A_u$  - površina metalnog preseka užeta;
- $L_u$  - dužina užeta.

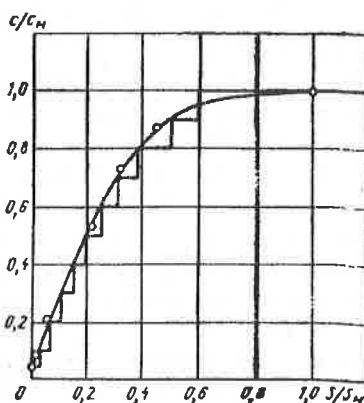
Modul elastičnosti užeta varira u dosta širokim granicama i zavisi od više faktora kao što su: vrsta izrade, broj žica, prečnik užeta, vrsta jezgra, zaostali naponi, itd [59]. Na osnovu mnogobrojnih ispitivanja, ustanovljeno je da modul elastičnosti užeta linearno raste sa povećanjem sile zatezanja u užetu. Prema [23], ovakvo tvrdjenje je opravdano za neveliki dijapazon promene zatezanja gde se  $E_u$  menja u malim granicama, dok je kod šireg dijapazona promene sile zatezanja u užetu zavisnost  $E_u$  od sile zatezanja nelinearna. Proces podizanja tereta sa podloge podeljen je u dve etape. U prvoj, dok sila u užetu ne postane brojno jednak težini tereta, Lobov [20, 23] u razmatranje uvodi krutost užeta u zavisnosti od sile zatezanja u užetu. Ta zavisnost, inače dobijena eksperimentalno i prikazana dijagramom "krutost - zatezanje" (slika 1.8) [23], može se predstaviti izrazom:

$$\frac{c}{c_H} = a_o + b \cdot \frac{S}{S_H}, \quad (1.45), [23]$$

gde su:  $a_o$  i  $b$  koeficijenti,  $c$  i  $S$  trenutna krutost užeta i trenutna sila zatezanja, a  $c_H$  je nominalna krutost užeta pri nominalnoj sili zatezanja  $S_H$ . U drugoj etapi, kada je teret odignut od zemlje i nastavlja se njegovo podizanje, krutost užeta ostaje konstantna i jednaka nominalnoj krutosti [20, 23].

Na veličinu sile zatezanja užeta uticaj ima i promenljiva dužina užeta na kome visi teret. I ovom problematikom bavio se veći broj istraživača. Kazak [14], zaključuje da koeficijent krutosti užeta pri dizanju (spuštanju) tereta nije konstantna veličina pošto zavisi od dužine užeta, i, s obzirom da je obrnuto proporcionalna dužini užeta, raste prilikom dizanja tereta a opada prilikom

njegovog spuštanja. Međutim, s obzirom na činjenicu da kod dizalica nema velikih brzina kretanja, i da se maksimalno dinamičko opterećenje u užetu javlja po isteku veoma kratkog vremenskog intervala od početka kretanja, može se uzeti da je koeficijent krutosti užeta konstantna veličina [14]. U [51], autori krutost užeta razmatraju kao promenljivu veličinu zavisnu od trenutnog položaja tereta, te dobijaju sistem nelinearnih diferecijalnih jednačina.



*Slika 1.8 [23], Zavisnost krutosti užadi za dizanje tereta od veličine njihovog zatezanja.*

Lobov u [23] ukazuje na teorijske proračune koji su, uzimajući u obzir promenu krutosti užeta zavisnu od njegove dužine, kao rezultat dobijali u periodu zaleta i kočenja mehanizma za dizanje povećanje amplitude oscilovanja. Prema [23], takav zaključak je valjan samo za konzervativne sisteme. U realnom sistemu postoje disipativne sile koje utiču na intenzivno prigušivanje oscilovanja. Na kraju, na osnovu eksperimentalnih istraživanja, Lobov u [23] zaključuje da na proračun maksimalnog opterećenja u užetu promena krutosti užeta u zavisnosti od njegove dužine nema uticaja. Pri proračunu maksimalnog opterećenja u nosećoj konstrukciji mosne dizalice, usvajanje krutosti užeta kao konstantne veličine dovodi do greške od 6% do 16%.

Disipativne sile koje se javljaju u procesu oscilovanja nosećih konstrukcija dizalica i užadi na kojima visi teret, uslovljene su ne samo silama unutrašnjeg trenja materijala, već i silama konstruktivnog prigušenja (na primer: trenje između kontaktnih površina koje čine vezu, i gde je prigušenje veće kod vijčanih i zakovanih nego kod zavarenih veza) koje imaju karakter sila bilo unutrašnjeg, bilo spoljašnjeg trenja. Karakter unutrašnjeg trenja dominira, i uslovjen je mnogim faktorima, od kojih su najdominantniji trenje šine po kojoj se kreću točkovi kolica o nosače dizalica, kabine i mehanizama kretanja u odnosu na nosače, itd. [23, 30]. Ovakvo konstruktivno prigušenje u literaturi je malo proučeno, i ne postoje egzaktni podaci o koeficijentima prigušenja [30].

Pri unutrašnjem (visokoznom) trenju brže se prigušuju visokofrekventne oscilacije nego niskofrekventne, prva amplituda visokofrekventnih oscilacija znatno je manja od njoj odgovarajuće amplitude niskofrekventnih oscilacija, pa se

u [23] zaključuje da visokofrekventne oscilacije imaju mali uticaj na dinamičko ponašanje nosećih konstrukcija dizalica, te se prigušivanje visokofrekventnih oscilacija može zanemariti pri razmatranju dinamičkog ponašanja nosećih konstrukcija, gde preovlađujući uticaj imaju niskofrekventne oscilacije [30].

Pod silama prigušenja, u teoriji oscilacija podrazumevaju se sile koje izazivaju snižavanje energije oscilatornog kretanja, i za praktičan proračun možemo uzeti da su one proporcionalne brzinama pomeranja koncentrisanih masa [23, 43, 51, 59], iako to u stvarnosti nije uvek tako, ali kao aproksimacija dovoljno tačno opisuje realno stanje [30, 58].

Pored sila konstruktivnog prigušenja, u nosećim čeličnim konstrukcijama dizalica postoje i sile konstruktivnog prigušenja mehanizma za dizanje (sile unutrašnjeg trenja između žica i strukova užeta, sile trenja između užeta i koturova koturače) čiji je uticaj na dinamička opterećenja noseće konstrukcije dizalice veći od elastičnog oscilovanja mehanizma [30]. "Sa gledišta određivanja najvećih dinamičkih opterećenja koja se ostvaruju neposredno nakon podizanja tereta sa podloge, veličina koeficijenata prigušenja i nije tako bitna" [59].

Oscilovanja koja nastaju u konstrukciji dizalice nakon podizanja tereta sa osnove, pri zaletu ili kočenju mehanizma za dizanje, tokom vremena se prigušuju. Sporo prigušivanje oscilovanja posle prestanka delovanja prinudnih sila, uvek nepovoljno utiče na radnu funkciju dizalica u smislu ometanja njene normalne eksploatacije, smanjuje otpornost metalne konstrukcije na zamor, i nepovoljno utiče na zdravlje dizaličara [23, 27, 30].

Određivanje koeficijenata prigušenja oscilovanja dizalice sa teretom, prema dosada poznatim istraživanjima, obavlja se isključivo eksperimentalno [7, 17, 23, 59]. Pošto se oscilovanje drugom frekvencijom prigušuje znatno brže od oscilovanja osnovnom frekvencijom, intenzitet prigušenja određuje se iz logaritamskog dekrementa niskofrekventnih oscilacija dizalice sa teretom [23]. Logaritamski dekrement prigušenja predstavlja merilo prigušivanja oscilovanja, i definiše se kao prirodni logaritam odnosa dve uzastopne amplitude oscilovanja, i određuje se prema izrazu:

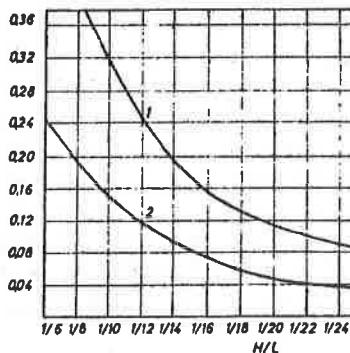
$$\delta = \ln \frac{a_n}{a_{n-1}} . \quad (1.46), [17]$$

Prema [17], logaritamski dekrement prigušenja zavisi od početne amplitude, i od krutosti dizalice. Na slici 1.9 prikazana je kriva koja pokazuje korelaciju logaritamskog dekrementa sa odnosom H/L nosača mosne dizalice.

U [7, 17, 23, 43] prikazan je postupak za određivanje vrednosti koeficijenta prigušenja u zavisnosti od logaritamskog dekrementa. Prema [23], koeficijent prigušenja  $b_0$  noseće konstrukcije mosta može se odrediti prema:

$$b_0 = \frac{m_0 \cdot \delta_0 \cdot \sqrt{c_0 / m_0}}{\pi} , \quad (1.47), [23]$$

gde su  $m_0$  i  $c_0$  redukovana masa i krutost glavnih nosača dizalice, a  $\delta_0$  logaritamski dekrement oscilovanja mosta bez tereta, pri položaju kolica na sredini raspona nosača.



Slika 1.9 [17], Logaritamski dekrement prigušenja  $\delta$  za mosne dizalice u zavisnosti od odnosa visine nosača prema rasponu dizalice  $H/L$  (kriva 1 za nazivni teret, kriva 2 za male delimične terete).

### 1.3. Dinamičko modeliranje

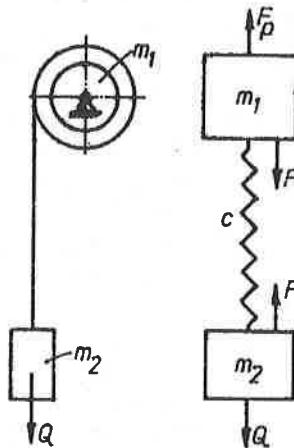
Nakon analize stvarnih radnih procesa istraživanih dizalica, treba izabrati proračunsku shemu koja se može usložnjavati uvođenjem u razmatranje različitih parametara. Potom se preporučuje usvajanje konačnog modela, zatim njegova provera eksperimentima, i računarska obrada. Mosne dizalice (kao i dizalice uopšte) odlikuju se posebnim rasporedom pojedinačnih sklopova (karakterišu ih odgovarajuće mase, krutosti i prigušenja), pa se sa stanovišta dinamičke analize može tvrditi da dizalica poseduje neograničeno veliki broj stepeni slobode [49]. Mehanizmi dizalice, kao i elastična noseća konstrukcija, čine složeni oscilatorni sistem podvrgnut oscilatornom kretanju u vertikalnoj ravni. Karakteri promena parametara sistema direktno utiču na njegovo ponašanje, pa je neophodno analizirati što više uticaja, i odrediti stepen važnosti pojedinih uticaja na istraživane veličine [37]. Najčešće razmatrani uticaji u dosadašnjim istraživanjima su zakoni promene pogonskih sila, elastičnost noseće strukture dizalice u vertikalnoj ravni i način njene diskretizacije, prigušivanje elastičnog oscilovanja užeta, noseće strukture i elemenata pogonskih mehanizama [23, 37, 43]. Uvođenje i razvoj računarske tehnike i softverske podrške u statičkoj i dinamičkoj analizi ponašanja dizalice, omogućili su razmatranje veoma složenih sistema sa velikim brojem uticaja. Ipak, neophodno je uvođenje određenih uprošćenja. Takav prilaz postavljenom zadatku ispravan je kada pojedine veličine poseduju mali uticaj na analizirani problem, kao i kada je uticaj proizведен od tih veličina takođe mali. Treba takođe primetiti da se uvođenjem većeg broja veličina koje se analiziraju u model, ne dobija uvek tačniji podatak o stvarnom ponašanju dizalice [3, 37]. Dinamički modeli, koji opisuju dinamičko ponašanje mosnih dizalica prilikom dizanja tereta, u opštem slučaju zavise od istraživanog režima rada mehanizma za dizanje tereta, i položaja opterećenih kolica na nosaču dizalice, i manje su složeni od dinamičkih modела dizalica sa streлом kod kojih pri-

dizanju tereta treba uzeti u obzir i horizontalno oscilovanje noseće strukture [3, 23]. Za opisivanje dinamičkog ponašanja mosnih dizalica koriste se, prema [23, 37], dva osnovna tipa proračunskih modela: diskretni, gde je kontinualno raspodeljena masa noseće konstrukcije diskretizovana na određen broj koncentrisanih masa, i diskretno-kontinualni, gde je noseća struktura predstavljena preko sopstvenih strukturnih karakteristika. Diskretni modeli su u dosadašnjim istraživanjima dinamike mosnih dizalica pri dizanju tereta značajno više korišćeni, a rezultati dobijeni za istu dizalicu prema obe vrste modela ne razlikuju se za više od 10% [23]. U literaturi su istraživani dinamički modeli mehanizama za dizanje, kao i dinamički modeli dizalica koji uzimaju u obzir i noseću konstrukciju dizalica.

#### *1.4. Dinamičko ponašanje mehanizama dizanja tereta [14, 27]*

Na slici 1.10 je prikazana shema dinamičkog modela kod mehanizma za dizanje, i to u fazi ubrzanja. Posmatra se slučaj kada je uže zategnuto pre početka dejstva mehanizma za dizanje. Oznake na slici imaju sledeća značenja:

- $m_1$  - svedena masa obrtnih delova mehanizma za dizanje na mestu užeta;
- $m_2$  - svedena masa translatornih delova;
- $c$  - krutost užeta;
- $F_p$  - pogonska sila elektromotora;
- $Q$  - teret;
- $F$  - sila u elastičnoj vezi.

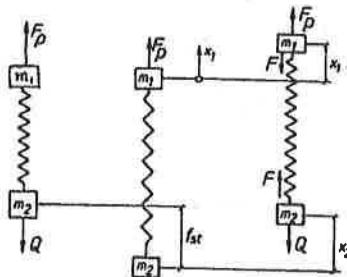


*Slika 1.10*

Prema slici 1.10 diferencijalne jednačine kretanja za slučaj ubrzanja kod dizanja tereta su:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 &= F_p - c[x_1 - (x_2 - f_{st})], \\
 m_2 \ddot{x}_2 &= c[x_1 - (x_2 - f_{st})] - Q, \\
 F &= c(x_1 - x_2 + f_{st}), \\
 c \cdot f_{st} &= Q.
 \end{aligned} \tag{1.24}$$

Sve dinamičke veličine su svedene na mesto užeta. Za početak kretanja se uzima trenutak kada je uže već zategnuto teretom (sl.1.11).

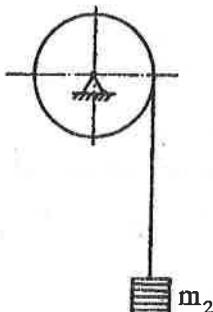


Slika 1.11

Ako se primeni obrazac (1.9) za  $a=1$  (sl.1.12) dobija se:

$$m_1 = \frac{(1,1 + 1,2) J_v i_o^2}{\Phi_e r_d^2}, \tag{1.49}$$

$$F = c(x_1 - x_2) + Q, \tag{1.50}$$



Slika 1.12

Sada jednačine glase:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 &= F_p - F, \\
 m_2 \ddot{x}_2 &= F_p - Q,
 \end{aligned} \tag{1.51}$$

Diferencijalne jednačine (1.48) se mogu predstaviti i preko sila:

$$\ddot{x}_1 = \frac{F_p - F}{m_1}, \tag{1.52}$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{F_p - Q}{m_2},$$

pa se dobija:

$$\ddot{F} + c \cdot \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \cdot F = c \cdot \left( \frac{F_p}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right), \quad (1.53)$$

$$\omega^2 = \frac{c}{m_1} + \frac{c}{m_2}. \quad (1.54)$$

Rešenje jednačine (1.53) glasi:

$$F = A \cos \omega t + B \sin \omega t + \frac{F_p m_2 + Q m_1}{m_1 + m_2}. \quad (1.55)$$

Početni uslovi kretanja su:

- za  $t = 0$ :

$$\begin{aligned} x_{10} &= x_{20} = 0, \\ \dot{x}_{10} &= \dot{x}_{20} = 0, \\ F &= Q, \end{aligned} \quad (1.56)$$

pa je:

$$A = -\frac{(F_p - Q)m_2}{m_1 + m_2}, \quad B = 0. \quad (1.57)$$

Konačno se dobija:

$$F = \frac{(F_p - Q)m_2}{m_1 + m_2} (1 - \cos \omega t) + Q, \quad (1.58)$$

odnosno:

$$F_{\max} = 2 \frac{(F_p - Q)m_2}{m_1 + m_2} + Q, \quad \text{za } t = \frac{\pi}{\omega}. \quad (1.59)$$

Na slici 1.13 je prikazan analitički model za dve mase, ali za slučaj kočenja.

Diferencijalne jednačine kretanja glase:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -F_k + c \cdot (x_2 + f_{sl} - x_1), \\ m_2 \ddot{x}_2 &= Q - c \cdot (x_2 + f_{sl} - x_1), \end{aligned} \quad (1.60)$$

gde je  $F_k$  sila kočenja, odnosno:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -F_k + F, \\ m_2 \ddot{x}_2 &= Q - F, \\ F &= c(x_2 - x_1) + Q, \end{aligned} \quad (1.61)$$

$$\ddot{F} + \left( \frac{c}{m_2} + \frac{c}{m_1} \right) F = c \frac{Q}{m_2} + c \frac{F_k}{m_1}, \quad (1.62)$$

Zna se da je:

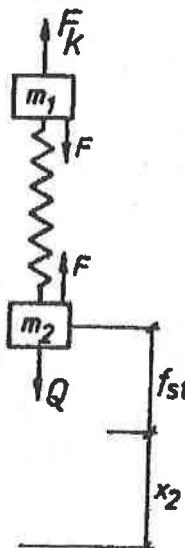
$$m_1 = \frac{(1,1+1,2)J_v i_0^2 \eta_0}{r_d^2}. \quad (1.63)$$

Sve dinamičke jednačine su svedene na mesto užeta.

Rešenje jednačine (1.62) glasi:

$$F = A \cos \omega t + B \sin \omega t + \frac{Qm_1 + F_k m_2}{m_1 + m_2}, \quad (1.64)$$

Za  $t = 0$ :



$$\begin{aligned} x_{10} &= 0, \dot{x}_{10} = 0 \Rightarrow F = Q, \\ x_{20} &= 0, \dot{x}_{20} = v \end{aligned} \quad (1.65)$$

pa je:

$$F = \frac{Qm_2 - F_k m_2}{m_1 + m_2} \cos \omega t + \frac{Qm_1 + F_k m_2}{m_1 + m_2}, \quad (1.66)$$

$$F_{\max} = \frac{Qm_1 - Qm_2 + 2F_k m_2}{m_1 + m_2}. \quad (1.67)$$

Sila kočenja  $F_k$  se definiše izrazom:

$$F_k = M_k \frac{2}{D_d} [N], \quad (1.68)$$

$$M_k = Q \frac{D_d}{2} + m_0 \cdot \frac{v}{t_k} \cdot \frac{D_d}{2} + (1,1+1,2) \frac{J_1 \cdot n_1 \cdot i_0 \cdot \eta_0}{9,55 \cdot t_k} [Nm], \quad (1.69)$$

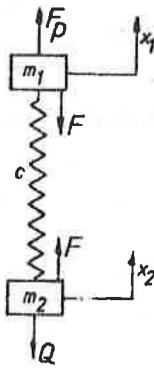
gde su:

$M_k$  - moment kočenja [Nm];

$Q$  - korisni teret [N];  
 $D_d$  - prečnik doboša [m];  
 $m_Q$  - masa tereta [kg];  
 $v$  - brzina dizanja [m/s];  
 $t_k$  - vreme kočenja [s];  
 $n_1$  - broj obrta elektromotora [o/min];  
 $i_o$  - prenosni odnos;  
 $J_1$  - moment inercije masa [kgm<sup>2</sup>].

Sada će biti posmatran dinamički model sa dve mase. Za  $t = 0$  uže nije napregnuto teretom (sl.1.14) i to za slučaj ubrzanja.

Diferencijalne jednačine kretanja su:



$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= F_p - F, \\ m_2 \ddot{x}_2 &= F - Q, \\ F &= c(x_1 - x_2), \end{aligned} \quad (1.70)$$

odnosno:

$$\ddot{F} + \left( \frac{c}{m_1} + \frac{c}{m_2} \right) F = c \frac{F_p}{m_1} + c \frac{Q}{m_2}. \quad (1.71)$$

Rešenje jednačine (1.71) glasi:

*Slika 1.14*

$$F = A \cos \omega t + B \sin \omega t + \frac{F_p m_2 + Q m_1}{m_1 + m_2}. \quad (1.72)$$

Početni uslovi glase:

$$t = 0, x_{10} = x_{20} = 0, F = 0, \quad (1.73)$$

odakle sledi:

$$F = \frac{F_p m_2 + Q m_1}{m_1 + m_2} (1 - \cos \omega t), \quad (1.74)$$

$$F_{\max} = \frac{2(F_p m_2 + Q m_1)}{m_1 + m_2}. \quad (1.75)$$

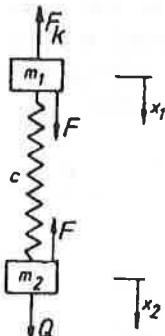
Na slici 1.15 je prikazan slučaj kočenja. Uže nije napregnuto teretom u trenutku kočenja za  $t = 0$ .

Diferencijalne jednačine kretanja su:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -F_k + F, \\ m_2 \ddot{x}_2 &= Q - F, \\ F &= c_2(x_2 - x_1), \end{aligned} \quad (1.76)$$

$$\ddot{F} + \left( \frac{c}{m_2} + \frac{c}{m_1} \right) F = c \frac{Q}{m_2} + c \frac{F_k}{m_1}. \quad (1.77)$$

Rešenje diferencijalne jednačine (1.77) glasi:



$$F = A \cos \omega t + B \sin \omega t + \frac{Qm_1 + F_k m_2}{m_1 + m_2}, \quad (1.78)$$

Početni uslovi kretanja glase:

$$t = 0, x_{10} = x_{20} = 0, \dot{x}_{10} = \dot{x}_{20} = 0, F = 0, \quad (1.79)$$

pa sledi:

$$F = \frac{F_k m_2 + Qm_1}{m_1 + m_2} (1 - \cos \omega t), \quad (1.80)$$

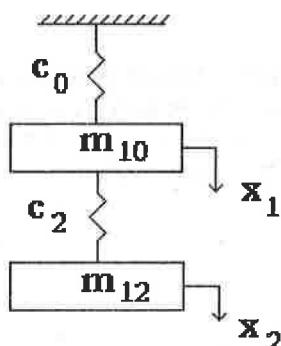
Slika 1.15

$$F_{\max} = 2 \frac{Qm_1 + F_k m_2}{m_1 + m_2}. \quad (1.81)$$

### 1.5. Dinamički modeli dizalica sa dva stepena slobode [4]

Dinamički modeli mosnih dizalica sa dva stepena slobode su najjednostavniji modeli na kojima se mogu istraživati dinamičke pojave u nosećim strukturama dizalica, koje nastaju za vreme nestacionarnih režima rada mehanizma za dizanje (spuštanje) tereta.

Prema dostupnoj literaturi, prvi ovakav model formirali su *Lighfoot* i *Clarkson* [18] na temelju eksperimentalnih istraživanja dinamičkog ponašanja dizalica koja su objavljena u Engleskoj 1952. god. Ovaj model prikazan je na slici 1.16, na kojoj oznake imaju sledeća značenja:



$m_{10}$  - redukovana masa grednog nosača i masa kolica;  
 $m_{12}$  - masa tereta;  
 $c_0$  - krutost staze mosne dizalice i grednog nosača;  
 $c_2$  - krutost užeta.

Ovakav model koriste i drugi autori u istraživanjima [16, 58] u kojima je analiziran proračunski slučaj etapnog podizanja tereta sa podloge "sa prihvatanjem" [3], gde je poremećaj analitički zadat kao kinematski način poremećaja, i gde su određivani

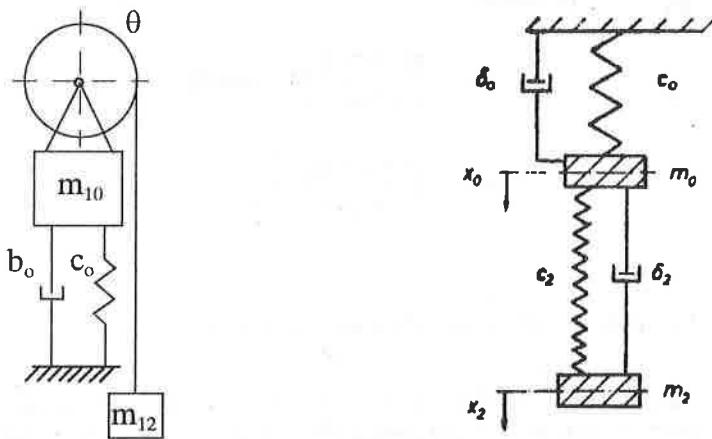
Slika 1.16 [18], Model Lighfoot-a.

dinamički faktori konstrukcije i užeta mehanizma za dizanje tereta [3].

Kao što se može videti, od dinamičkih parametara u istraživanju [18], analizirane su krutosti noseće konstrukcije i užeta za dizanje tereta, kao i redukovane mase tereta i nosača dizalice, dok prigušenja u sistemu nisu razmatrana.

Uticaj prigušenja na dinamičko ponašanje mosnih dizalica prvi je istraživao *Ernst* u radu [11], gde je u dinamički model uveo prigušenje u metalnoj konstrukciji dizalice, ali je zanemario uticaj elastičnosti užeta. Ovaj dinamički model prikazan je na slici 1.17, a oznake na njoj imaju sledeća značenja:

- $m_{10}$  - redukovana masa grednog nosača;
- $m_{12}$  - masa tereta;
- $c_o$  i  $b_o$  - krutost i prigušenje u metalnoj konstrukciji;
- $\theta$  - redukovani moment inercije rotacionih masa.



Slika 1.17 [11], Model Ernst-a.

Slika 1.18 [17], Dvomaseni oscilujući sistem dizalice sa teretom ( $x_o$ ,  $x_2$  - koordinate pomeranja masa  $m_o$  i  $m_2$ ,  $c_o$  i  $c_2$  - oprežne konstante,  $\delta_o$  i  $\delta_2$  - logaritamski dekrementi prigušenja).

Najsveobuhvatniji dinamički model sa dva stepena slobode prikazan je u istraživanju [17], a predstavljen je na slici 1.18. U ovom modelu su u razmatranje uzete veličine logaritamskih dekremenata prigušenja i užeta za dizanje tereta, i noseće metalne konstrukcije dizalice, kao i uticaji njima odgovarajućih krutosti. Oznake na slici 1.18 predstavljaju:

- $m_0$  - redukovana masa dizalice;
- $m_2$  - masa tereta;
- $c_0$ ,  $c_2$  - oprežne konstante;
- $\delta_0$ ,  $\delta_2$  - logaritamski dekrementi prigušivanja.

Treba na kraju napomenuti da je u radu [15] istraživan model mosne dizalice sa dva stepena slobode, i pokazan način njegovo suočenja na model sa jednim stepenom slobode, sa jednom ekvivalentnom koncentrisanom masom na koju deluje sila pogona, i sa jednom oprugom ekvivalentne krutosti.

### 1.6. Dinamički modeli dizalica sa tri stepena slobode [4]

Dinamički model sa tri stepena slobode za opisivanje dinamičkog ponašanja mosnih dizalica, prema dostupnoj literaturi, prvi put se javlja u [16], a zatim ga koriste u svojim istraživanjima autori radova [9, 14, 20, 23, 33, 51, 59]. Sva navedena istraživanja bazirana su na dinamičkom modelu čiji je opšti oblik prikazan na slici 1.19, i u koji su uvršteni svi relevantni dinamički parametri. Navedene označbe na slici 1.19 predstavljaju:

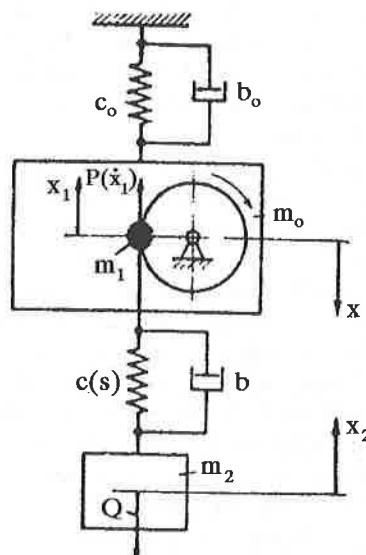
$c_o$  i  $b_o$  - elastična i prigušna svojstva noseće konstrukcije dizalice;

$c(s)$  i  $b$  - elastična i prigušna svojstva užeta za dizanje tereta;

$m_o$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  - redukovane mase noseće konstrukcije, obrtnih delova mehanizma dizanja svedenih na translatorno pomeranje tereta, i masa tereta, respektivno;

$P(\dot{x}_1)$  - poremećajna sila pogona;

$Q$  - težina tereta.



Slika 1.19 [23], Dinamički model mosne dizalice.

Dinamički model mosne dizalice, predstavljen na sl.1.19, u [20, 23] je analiziran za proračunski slučaj dizanja tereta sa podloge "sa prihvatanjem". Pogonska sila zavisi od obimne brzine rotora elektromotora (na osnovu jednačina *Klas - a*), i to od njenog drugog stepena [3]. Krutost užeta c(s) zavisi od veličine sile zatezanja sve dok sila u užetu ne postane brojno jednak težini tereta, i ta zavisnost, koja je dobijena eksperimentalno, prikazana je na slici 1.8 u vidu dijagrama "krutost - zatezanje".

U [16, 9] su razmatrani i proračunski slučajevi kada teret koji se diže slobodno visi na početnoj visini, kao i slučajevi spuštanja tereta na elastični oslonac. U ovim istraživanjima zanemareni su uticaji prigušenja, kako u nosećoj konstrukciji mosne dizalice, tako i u užetu za dizanje tereta. Poremećajne pogonske sile zadate su u funkciji vremena, po linearnom zakonu i zakonima parabole drugog i višeg reda. Krutost užeta tretirana je kao konstantna veličina. U [51] je zanemaren uticaj prigušenja u užetu, krutost užeta menja se u zavisnosti od trenutnog položaja tereta, i razmatra se havarijski proračunski slučaj dizanja tereta sa podloge "sa prihvatanjem". Šćep je u [59] istraživao složeniji model od onog prikazanog na slici 1.19, utoliko što je razmatrao i prigušna svojstva podloge pri dizanju tereta "sa prihvatanjem".

U radu [33] analiziran je dinamički model sa slike 1.19 koji je delimično modifikovan. Naime, krutost užeta za dizanje tereta razmatrana je kao konstantna veličina, istraživani su najnepovoljniji slučajevi sa stanovišta dinamičkih opterećenja u nosećoj konstrukciji mosne dizalice (režim ubrzanja mehanizma za dizanje tereta pri dizanju tereta koji slobodno visi na određenoj početnoj visini, i režim kočenja pri spuštanju tereta koji se pre početka kočenja nalazi u režimu stacionarnog spuštanja). U ovom radu razmatrani su uticaji prigušenja u užetu za dizanje tereta, kao i u nosećoj metalnoj konstrukciji mosne dizalice. Analizirani karakter promene pogonske sile je kvadratna zavisnost od vremena (parabola drugog reda), a sila kočenja posmatrana je kao konstantna veličina. Matematički model formiran je energetskom metodom [33], što će biti detaljno prikazano u potpoglavlju 1.8.

Princip redukcije masa koji je korišćen u najvećem broju navedenih dinamičkih modela detaljno je objašnjen u [3]. U najkraćem, noseća konstrukcija mosne dizalice predstavljena je sa jednom koncentrisanom masom koja je svedena na tačku vešanja tereta i njoj je pridodata masa kolica. Veličina redukovane mase nosača dizalice usvaja se kod većine autora da je jednak polovini ukupne mase glavnih nosača dizalice (redukcija izvršena prema kriterijumu održanja kinetičke energije modela i realne mašine). Ovakav način redukcije proističe iz činjenice bazirane na eksperimentalnim istraživanjima dinamičkog ponašanja mosnih dizalica, da kod mosnih dizalica prevladava prvi oblik oscilovanja, da se drugi oblik oscilovanja pojavljuje sa malim amplitudama, a da se viši oblici oscilovanja ne mogu primestiti. Redukovana masa tereta u svim istraživanjima dinamičkog ponašanja mosnih dizalica, predstavljena je kao jedna koncentrisana masa čija je veličina jednak nazivnoj nosivosti tereta, dok se pogonski mehanizam za dizanje tereta predstavlja sa jednom koncentrisanom masom svedenom na translatorno premeštanje tereta [3].

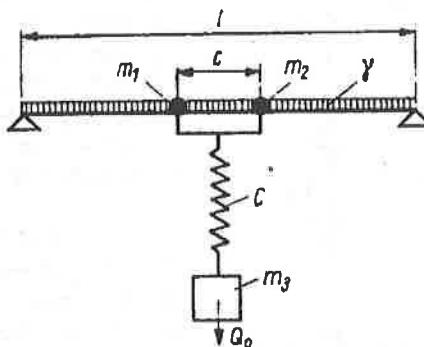
### 1.7. Dinamički modeli dizalica sa više stepeni slobode [4]

U ovu grupu modela možemo svrstati diskretno-kontinualne modele koji noseću strukturu mosnih dizalica tretiraju kao elastično telo, i koji su istraživani u radovima [6, 39]. Na slici 1.20 prikazan je dinamički model koji je razmatrao Podoba [39], i gde oznake imaju sledeća značenja:

$m_1, m_2$  - polovina mase kolica, respektivno;

$m_3$  - masa tereta;

$\gamma$  - gustina čelika.



Slika 1.20 [39], Dinamički model mosne dizalice prema Podobi.

U istraživanju [39] analizirani su normalno dizanje i sruštanje tereta, dizanje tereta sa podloge "sa prihvatanjem" i neoprezno sruštanje tereta, kao i dizanje i sruštanje okačenog tereta.

Model Völling-a [6] prikazan je na slici 1.21, i on u sebi sadrži elastična i prigušna svojstva užadi za dizanje tereta i donjeg sklopa koturače. Oznake na slici 1.21 imaju sledeća značenja:

$\mu, E, I$  - parametri nosača mosne dizalice;

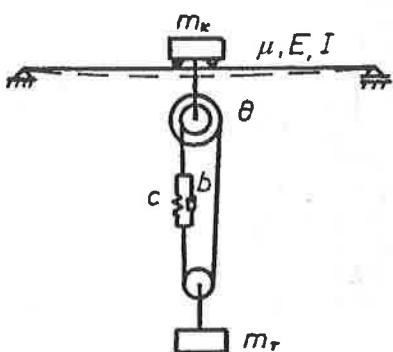
$c$  - krutost užeta;

$b$  - prigušenje užeta;

$\theta$  - moment inercije rotacionih masa;

$m_k$  - masa kolica;

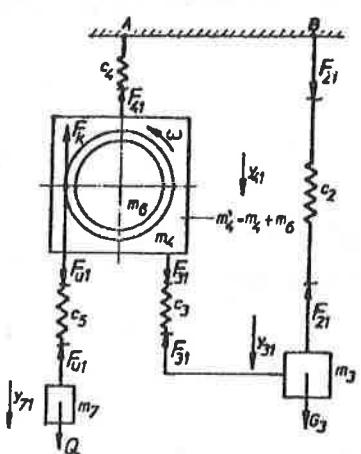
$m_T$  - masa tereta.



Slika 1.21 [6], Model Völling-a.

Pored diskretno-kontinualnih dinamičkih modela mosne dizalice, u grupu dinamičkih modela sa više stepeni slobode koji opisuju dinamičko ponašanje mosnih dizalica možemo svrstati i diskrete modelne koji su analizirani u istraživanjima [56, 38, 43]. Na slici 1.22 prikazan je dinamički model mosne dizalice koji je u radovima [56, 38] poslužio za istraživanje dinamičkih pojava

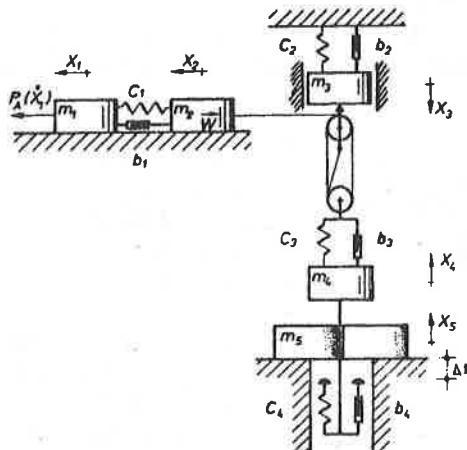
prilikom kočenja tereta koji se nalazi u procesu spuštanja. U disertaciji [56], *Tošić* analizira i režim ubrzanja pri dizanju tereta na istom modelu, a za različite položaje opterećenih kolica. Pogonske i sile kočenja su u svim ovim razmatranjima uzete kao konstantne veličine. Oznake na slici 1.22 imaju sledeća značenja:



- $m_3$  - deo mase mosta dizalice;
- $m_4$  - masa kolica;
- $m_6$  - masa mehanizma za dizanje svedena na obod doboša;
- $m_7$  - masa tereta;
- $c_2$  - krutost elastične veze mase  $m_3$  i desnog čeonog nosača;
- $c_4$  - krutost elastične veze mase  $m_4+m_6$  i levog čeonog nosača;
- $c_3$  - krutost elastične veze mase  $m_3$  i mase kolica sa teretom;
- $c_5$  - krutost užeta.

Slika 1.22 [38], *Dinamički model mosne dizalice za režim kočenja tereta koji se spušta.*

ubrzalu i kočenju tereta koji se nalazi u procesu dizanja ili spuštanja. Ovaj model, koji je prikazan na slici 1.23, u sebi sadrži i detaljno modeliran mehanizam za dizanje tereta.



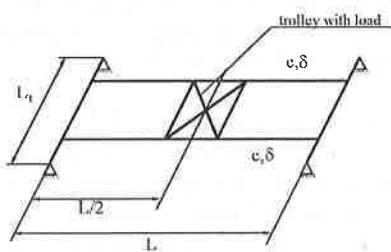
Slika 1.23 [43], *Dinamički model mosne dizalice prema Ross-u.*

Oznake na slici 1.23 imaju sledeća značenja:

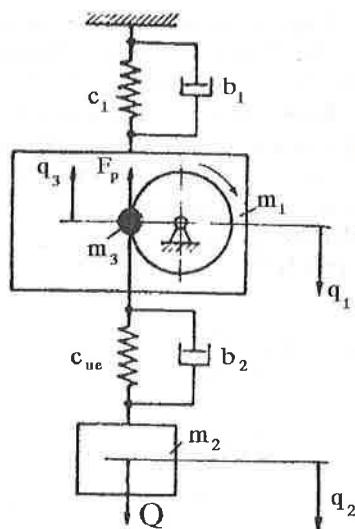
- $m_1$  - redukovana masa rotora elektromotora;  
 $m_2$  - redukovana masa koja predstavlja ostale obrtne mase pogona (zupčasti prenosnik);  
 $m_3$  - redukovana masa noseće konstrukcije;  
 $m_4$  - koncentrisana masa donjeg sklopa koturače;  
 $m_5$  - masa tereta;  
 $c_1$  - redukovana krutost elastične kočione spojnice;  
 $c_2$  - krutost noseće konstrukcije;  
 $c_3$  - krutost užadi za dizanje;  
 $c_4$  - krutost zahvatnog uređaja;  
 $b_1, b_2, b_3, b_4$  - konstante prigušivanja spojnice, noseće konstrukcije, užadi za dizanje i zahvatnog uređaja respektivno;  
 $P_A(\dot{x}_1)$  - pogonska sila, koja zavisi od obimne brzine rotora elektromotora.

### 1.8. Analiza dinamičkog ponašanja mosnih dizalica u vertikalnoj ravni [33]

Dinamički model na kojem će biti analizirano dinamičko ponašanje mosnih dizalica u vertikalnoj ravni preuzet je iz [23], a modifikovan je u [33] na način da se razmatraju režimi rada dizanja i spuštanja tereta pri kojima dolazi do najvećih naprezanja u nosećoj konstrukciji mosne dizalice. Realan sistem mosne dizalice prikazan je na slici 1.24, a dinamički model na slici 1.25.



Slika 1.24 [33], Realan sistem dizalice ( $c, \delta$  - koeficijent krutosti, odnosno logaritamski dekrement prigušenja oscilovanja u jednom glavnom nosaču dizalice).



Slika 1.25 [33], Dinamički model mosne dizalice u periodu ubrzanja pri dizanju tereta.

Analizirani dinamički model ima tri stepena slobode, a to su:  $q_1$  - generalisana koordinata koja opisuje oscilovanje redukovane mase noseće konstrukcije dizalice;  $q_2$  - generalisana koordinata koja opisuje oscilovanje tereta (užeta za dizanje tereta) u pravcu užeta;  $q_3$  - generalisana koordinata koja opisuje "pomeranje" svedene mase mehanizma za dizanje (ugaono pomeranje svedeno je na pravolinijsko) [33].

### 1.8.1. Parametri dinamičkog modela [33]

Prvi dinamički parametar dinamičkog modela prikazanog na sl.1.25 predstavljaju veličine koncentrisanih masa, i to: diskretizovana masa noseće konstrukcije  $m_1$ ; masa tereta  $m_2$ ; masa mehanizma za dizanje tereta svedena na pravac užeta  $m_3$ . Uzimajući u obzir već navedenu činjenicu o preovladavanju prvog oblika oscilovanja kod mosnih dizalica koje osciluju u vertikalnoj ravni, masa  $m_1$  koja je svedena na tačku vešanja tereta može biti određena prema izrazu (1.82):

$$m_1 = 0.493 \cdot m_{gn}^u + m_{kol}, \quad (1.82), [33]$$

gde su:

$m_{gn}^u$  - ukupna masa glavnih nosača i kabine dizalice;

$m_{kol}$  - masa kolica dizalice.

Diskretizacija kontinualno raspodeljene mase noseće konstrukcije mosne dizalice izvršena je prema principu održanja kinetičke energije modela i realnog sistema, pri čemu se noseća konstrukcija mosne dizalice u vertikalnoj ravni posmatra kao gredni nosač.

Masa tereta svedena je na pravac užeta, i predstavljena je kao jedna koncentrisana masa  $m_2$  čija je veličina jednakna nazivnoj nosivosti tereta. Pogonski mehanizam za dizanje tereta predstavljen je jednom koncentrisanom masom  $m_3$  svedenom na translatorno premeštanje tereta (na mesto užeta). Veličina ove koncentrisane mase određuje se u zavisnosti od režima rada prema izrazima (1.83) i (1.84) za režime ubrzanja i kočenja tereta, respektivno.

$$m_3 = 1.1 \frac{J_1 \cdot i_m^2}{r_d^2 \cdot \eta_m}, \quad (1.83), [27]$$

$$m_3 = 1.1 \frac{J_1 \cdot i_m^2 \cdot \eta_m}{r_d^2}. \quad (1.84), [27]$$

gde su:

$J_1$  - moment inercije obrtnih masa mehanizma za dizanje tereta;

$i_m$  - prenosni odnos reduktora mehanizma za dizanje;

$r_d$  - poluprečnik doboša;

$\eta_m$  - stepen korisnosti mehanizma za dizanje tereta.

Određivanje koeficijenta krutosti noseće strukture dizalica je direktno povezano sa brojem i položajem koncentrisanih masa kojima je elastična struktura diskretizovana. Za ovaj dinamički model, koeficijent krutosti noseće konstrukcije dizalice može se odrediti prema izrazu (1.85):

$$c_1 = \frac{48 \cdot E \cdot I}{L^3}, \quad (1.85), [27]$$

gde su:

- EI - savojna krutost nosača dizalice u vertikalnoj ravni;
- L - raspon mosne dizalice.

Veličina krutosti užeta za dizanje tereta, kao jedan od nezaobilaznih dinamičkih parametara pri istraživanju dinamičkog ponašanja dizalica, u ranije navedenom tekstu bila je podrobno razmatrana. Vodeći računa o nedostatku brojnih podataka o veličini promene modula elastičnosti, kao i o preporukama u literaturi [14, 23] koje upućuju na relativno malu grešku prilikom usvajanja veličine krutosti užeta za dizanje tereta kao konstante (greška između 6 i 15%), možemo razmatrati krutost užeta kao konstantnu veličinu (posebno sa aspekta određivanja maksimalnih dinamičkih pojava dizalica). Vrednost krutosti užeta za dizanje tereta može se odrediti prema izrazu (1.86):

$$c_u = \frac{E_u \cdot A_u}{L}, \quad (1.86), [16, 59, 3]$$

gde su:

$E_u$  - modul elastičnosti užeta razmatran kao konstantna veličina;

$A_u$  - površina metalnog preseka užeta;

$L_u$  - dužina užeta na početku rada mehanizma za dizanje tereta.

I o veličini prigušenja oscilovanja, kao značajnom dinamičkom parametru dizalica, u ranije navedenom tekstu je bilo reči. S obzirom da se intenzitet prigušenja određuje iz logaritamskog dekrementa niskofrekventnih oscilacija dizalica sa teretom iz razloga da se oscilovanja drugom frekvencijom prigušuju znatno brže od oscilovanja osnovnom frekvencijom, koeficijent prigušenja oscilovanja noseće konstrukcije dizalica može se odrediti prema izrazu (1.87):

$$b_1 = \frac{m_1 \cdot \delta \cdot \sqrt{c_1/m_1}}{\pi}, \quad (1.87), [23]$$

gde su:

$m_1, c_1$  - redukovana masa i krutost glavnih nosača dizalice;

$\delta$  - logaritamski dekrement oscilovanja mosta dizalice bez tereta, pri položaju kolica na sredini raspona mosta, i može se odrediti prema sl.1.9.

Na dinamičko ponašanje dizalica utiče dinamičko ponašanje njihovih pogonskih mehanizama, a koje zavisi od pobuda i poremećaja motora i kočnice koji se najčešće zadaju u obliku momenata ili sila kao aperiodičnih funkcija vremena. Ovde će biti pokazan način poremećaja silama. Pogonska sila može biti analizirana prema izrazu (1.88), a sila kočenja prema izrazu (1.89).

$$F_p = Q + F_{din} \cdot \left[ 1 - \frac{t^2}{T^2} \right], \quad (1.88), [27]$$

$$F_k = \frac{2 \cdot M_k}{D_d}, \quad (1.89), [27]$$

$$F_{din} = \frac{2 \cdot \Delta M'_{sr} \cdot i_m \cdot \eta_m}{D_d}, \quad (1.90), [27]$$

$$\Delta M'_{sr} = \frac{m_Q \cdot v_{diz} \cdot D_d}{2 \cdot T \cdot i_k \cdot i_m \cdot \eta_m} + 1,1 \frac{J_1 \cdot n_{cm}}{9,55 \cdot T}, \quad (1.91), [27]$$

$$M_k = \frac{Q \cdot D_d}{2 \cdot i_k} + \frac{m_Q \cdot v_{diz} \cdot D_d}{2 \cdot i_k \cdot t_k} + 1,1 \frac{J_1 \cdot n_{cm} \cdot i_m \cdot \eta_m}{9,55 \cdot t_k}, \quad (1.92), [27]$$

Oznake u izrazima (1.88) ÷ (1.92) predstavljaju sledeće:

$T, t_k$  - vreme ubrzanja, odnosno kočenja;

$D_d$  - prečnik doboša;

$Q$  - nazivna nosivost dizalice;

$m_Q$  - masa tereta;

$v_{diz}$  - brzina dizanja;

$i_k$  - prenosni odnos koturače za dizanje tereta;

$n_{cm}$  - učestanost obrtanja elektromotora za pogon dizanja tereta.

Analiziraće se dva proračunska slučaja u kojima se, prema [23, 3], javljaju najveća dinamička opterećenja u nosećoj konstrukciji mosnih dizalica, i to:

- ubrzanje tereta koji slobodno visi na užetu pri njegovom dizanju;
- ubrzanje tereta koji se nalazi u procesu spuštanja.

### 1.9. Matematičko modeliranje mosne dizalice za slučaj ubrzanja pri dizanju tereta [33]

Dinamički model koji se razmatra prikazan je na slici 1.25. Teret se na početku rada mehanizma za dizanje nalazi na nekoj visini, i u stanju je mirovanja. Noseća konstrukcija mosne dizalice je deformisana, i nalazi se u položaju ravnoteže oko koga će oscilovati u nestacionarnim režimima rada mehanizma za dizanje tereta. I uže za dizanje tereta je u početnom trenutku deformisano, odnosno izduženo za veličinu statičke deformacije  $f_{st}$ . Generalisanim koordinatama  $q_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) opisana su moguća pomeranja koncentrisanih masa analiziranog dinamičkog modela. Na sistem koncentrisanih masa deluje generalisana nepotencijalna sila  $F_p$ .

po pravcu užeta za dizanje tereta, i predstavlja pogonsku silu elektromotora mehanizma za dizanje tereta. Diferencijalne jednačine kretanja analiziranog dinamičkog modela, kojima se opisuje dinamičko ponašanje mosne dizalice u nestacionarnim režimima rada mehanizma za dizanje tereta, postavljene su energetskom metodom primenom Lagrange-ovih jednačina druge vrste koje u opštem slučaju imaju oblik prikazan izrazom (1.93):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1.93)$$

gde su:

- $E_k$  - kinetička energija sistema kao funkcija generalisanih koordinata i brzina;
- $E_p$  - potencijalna energija sistema kao funkcija generalisanih koordinata;
- $\Phi$  - funkcija rasipanja sistema kao funkcija generalisanih brzina;
- $q_i, \dot{q}_i$  - generalisane koordinate, odnosno brzine;
- $Q_i$  - generalisane nepotencijalne sile.

Oscilovanje istraživanog sistema svrstava se u oscilovanja malih amplituda, i analizira se primenom teorije malih oscilacija. Dakle, kinetičku i potencijalnu energiju sistema treba izračunati sa tačnošću do malih veličina drugog reda zaključno [48]. Izraz za kinetičku energiju sistema predstavlja homogenu pozitivnu definitnu kvadratnu formu generalisanih brzina sa konstantnim koeficijentima inercije sistema, dok je potencijalna energija funkcija generalisanih koordinata sa konstantnim koeficijentima krutosti sistema [40, 41]. Kinetička energija sistema može se odrediti prema izrazu (1.94):

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i v_i^2. \quad (1.94)$$

Brzine koncentrisanih masa sistema prikazane su izrazom (1.95).

$$\begin{aligned} v_1 &= \dot{q}_1, \\ v_2 &= \dot{q}_1 + \dot{q}_2 - \dot{q}_3, \\ v_3 &= \dot{q}_3 - \dot{q}_1. \end{aligned} \quad (1.95)$$

Kada se vrednosti  $v_i$  iz izraza (1.95) zamene u izraz (1.94), i izvrše elementarne transformacije, dobija se konačan izraz za kinetičku energiju datog sistema (1.96).

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} [(m_1 + m_2 + m_3) \cdot \dot{q}_1^2 + m_2 \cdot \dot{q}_2^2 + (m_2 + m_3) \cdot \dot{q}_3^2 \\ &\quad + 2m_1 \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 - 2(m_2 + m_3) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 - 2m_2 \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3]. \end{aligned} \quad (1.96), [33]$$

Potencijalna energija sistema sastoji se iz tri komponente, i to potencijalne energije noseće strukture mosne dizalice, potencijalne energije užeta za dizanje tereta, i potencijalne energije tereta, i određuje se prema izrazu (1.97).

$$E_p = E_p^{str} + E_p^u + E_p^{ter}. \quad (1.97)$$

Potencijalna energija strukture može se odrediti prema izrazu (1.98).

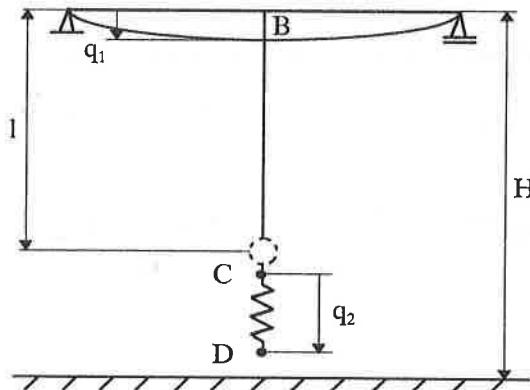
$$E_p^{str} = \frac{1}{2} \{q\}^T \cdot [c] \cdot \{q\} = \frac{1}{2} c_1 \cdot q_1^2. \quad (1.98), [33]$$

Potencijalna energija užeta za dizanje tereta može se odrediti na način predstavljen izrazom (1.99).

$$E_p^u = \frac{1}{2} \cdot c_{ue} \cdot (q_2 + f_{sl})^2. \quad (1.99), [33]$$

U navedenim izrazima sa  $[c]$  je označena matrica krutosti noseće konstrukcije,  $\{q\}$  predstavlja vektor generalisanih koordinata, a  $c_{ue}$  ekvivalentnu krutost užadi za dizanje tereta.

Za određivanje potencijalne energije tereta koristi se shema mosne dizalice u vertikalnoj ravni prikazana na slici 1.26.



Slika 1.26, [33] Shema mosne dizalice u vertikalnoj ravni ( $H$  - visina dizanja,  $I$  - početna dužina tereta)

Potencijalnu energiju tereta moguće je odrediti prema izrazu (1.100).

$$E_p^{ter} = m_2 \cdot g \cdot (y_2 - H + l). \quad (1.100), [33]$$

Veličina  $y_2$  određena je prema izrazu (1.101), a veličina  $\overline{BC}$  izrazom (1.102).

$$y_2 = H - q_1 \cdot BC - q_2, \quad (1.101)$$

$$BC = 1 - q_3. \quad (1.102)$$

Zamenom vrednosti iz izraza (1.101) i (1.102) u izraz (1.100) dobija se konačni izraz za potencijalnu energiju tereta (1.103), a na osnovu (1.103), (1.99) i (1.98) i konačni izraz za potencijalnu energiju sistema (1.104).

$$E_p^{ter} = m_2 \cdot g \cdot (-q_1 - q_2 + q_3), \quad (1.103), [33]$$

$$E_p = \frac{1}{2} c_1 \cdot q_1^2 + \frac{1}{2} c_{ue} \cdot (q_2^2 + 2f_{st} \cdot q_2 + f_{st}^2) + m_2 \cdot g \cdot (-q_1 - q_2 + q_3). \quad (1.104), [33]$$

Funkcija rasipanja može biti određena prema izrazu (1.105), u kome je sa  $b_2$  označen koeficijent prigušenja užeta.

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{2} \{ \dot{q} \}^T \cdot [B] \cdot \{ \dot{q} \}, \\ \Phi &= \frac{1}{2} \{ \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \} \cdot \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \{ \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \}, \\ \Phi &= \frac{1}{2} (b_1 \dot{q}_1^2 + b_2 \dot{q}_2^2). \end{aligned} \quad (1.105), [33]$$

Na sistem deluje generalisana nepotencijalna sila  $Q_3 = F_p$ , čiji je intenzitet određen izrazom (1.88).

Na kraju, postupajući prema izrazu (1.93), dobija se sistem diferencijalnih jednačina kretanja (1.106) dinamičkog modela prikazanog na sl.1.25, koji opisuje dinamičko ponašanje mosne dizalice u vertikalnoj ravni za vreme nestacionarnog režima rada mehanizma za dizanje tereta - ubrzanja pri dizanju tereta.

$$(m_1 + m_2 + m_3) \ddot{q}_1 + m_2 \ddot{q}_2 - (m_2 + m_3) \ddot{q}_3 + b_1 \dot{q}_1 + c_{ue} q_1 - m_2 g = 0$$

$$m_2 \ddot{q}_1 + m_2 \ddot{q}_2 - m_2 \ddot{q}_3 + b_2 \dot{q}_2 + c_{ue} q_2 = 0 \quad (1.106), [33]$$

$$-(m_2 + m_3) \ddot{q}_1 - m_2 \ddot{q}_2 + (m_2 + m_3) \ddot{q}_3 + m_2 g = Q + F_{din} \cdot \left( 1 - \frac{t^2}{T^2} \right)$$

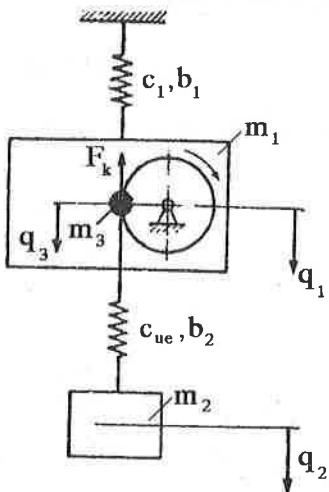
Sistem jednačina (1.106) rešava se numeričkim metodama (metoda Runge - Kütte).

Za rešavanje ovog sistema jednačina neophodno je poznavati početne uslove, koji su za analizirani slučaj predstavljeni izrazom (1.107).

$$q_1(0) = q_{1st}, \quad q_2(0) = 0, \quad q_3(0) = 0, \quad \dot{q}_i(0) = 0. \quad (1.107), [33]$$

### 1.10. Matematičko modeliranje mosne dizalice za slučaj kočenja pri spuštanju tereta [33]

Dinamički model koji se razmatra za ovaj slučaj nestacionarnog kretanja režima rada mehanizma za dizanje tereta mosne dizalice, prikazan je na slici 1.27.



Diferencijalne jednačine kretanja razmatranog dinamičkog modela predstavljene su izrazom (1.110), i formirane su na način opisan u prethodnom odeljku, tako da će ovde biti prikazani konačni izrazi za kinetičku energiju (izraz (1.108)) sistema, potencijalnu energiju sistema (izraz (1.109)), kao i funkciju rasipanja (izraz (1.105)). Spoljašnja sila pobude koja deluje na sistem je generalisana nepotencijalna sila  $Q_3 = -F_k$ , a njena vrednost određena je izrazom (1.89).

Slika 1.27, [33] Dinamički model mosne dizalice za slučaj kočenja tereta koji se spušta.

$$E_k = \frac{1}{2}[(m_1 + m_2 + m_3) \cdot \dot{q}_1^2 + m_2 \cdot \dot{q}_2^2 + (m_2 + m_3) \cdot \dot{q}_3^2 + 2m_2 \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 - 2(m_2 + m_3) \cdot \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_3 + 2m_2 \cdot \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3]. \quad (1.108), [33]$$

$$E_p = \frac{1}{2}c_1 \cdot q_1^2 + \frac{1}{2}c_{ue} \cdot (q_2 + f_{sl})^2 + m_2 \cdot g \cdot (-q_1 - q_2 - q_3). \quad (1.109), [33]$$

$$(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{q}_1 + m_2\ddot{q}_2 + (m_2 + m_3)\ddot{q}_3 + b_1\dot{q}_1 + c_1q_1 - m_2g = 0 \quad (1.110), [33]$$

$$m_2\ddot{q}_1 + m_2\ddot{q}_2 + m_2\ddot{q}_3 + b_2\dot{q}_2 + c_{ue}q_2 = 0$$

$$(m_2 + m_3)\ddot{q}_1 + m_2\ddot{q}_2 + (m_2 + m_3)\ddot{q}_3 = m_2g - F_k$$

Početni uslovi neophodni za rešavanje sistema diferencijalnih jednačina (1.110) dati su izrazom (1.111).

$$\begin{aligned} q_1(0) &= q_{1st}, \quad q_2(0) = 0, \quad q_3(0) = 0, \\ \dot{q}_1(0) &= 0, \quad \dot{q}_2(0) = 0, \quad \dot{q}_3(0) = v_{diz} \end{aligned} \quad (1.111), [33]$$

### 1.11. Brojni primer

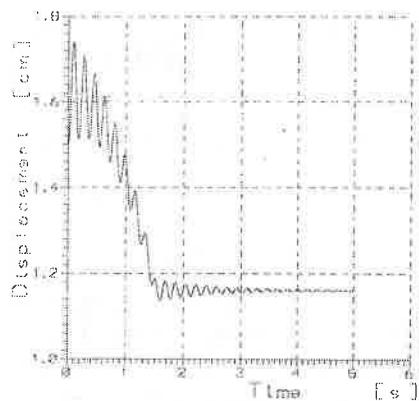
Teorijske postavke dinamičkog ponašanja mosnih dizalica za vreme nestacionarnih režima rada mehanizma za dizanje tereta, koje su objašnjene u poglavljju 1, biće proverene na brojnom primeru izvedenog rešenja mosne dizalice, čiji su parametri, neophodni za rešavanje sistema (1.106) i (1.110), navedeni u tabeli 1.1. Sistemi diferencijalnih jednačina (1.106) i (1.110) rešavani su numeričkom metodom Runge - Kutta\*, uz korišćenje početnih uslova (1.107) i (1.111). Početne vrednosti generalisane koordinate  $q_{1st}$  za periode ubrzanja i kočenja, predstavljaju veličinu deformacije noseće konstrukcije mosne dizalice usled sopstvene težine i nazivnog tereta. Veličine koje su za ovo istraživanje najznačajnije jesu vrednosti napona i deformacije sredine raspona glavnih nosača mosne dizalice.

Tabela 1.1

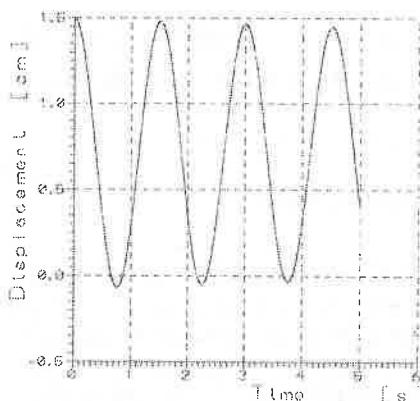
| $m_1$<br>[kg] | $m_2$<br>[kg] | $m_3$<br>[kg]             |                               | $c_l$<br>[kN/cm] | $c_{ue}$<br>[kN/cm] | $b_1$<br>[kNs/cm] | $b_2$<br>[kNs/cm] |
|---------------|---------------|---------------------------|-------------------------------|------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| 34721         | 50000         | ubrzanje<br>1612000       | kočenje<br>1165000            | 430.9            | 60.25               | 0.72              | 0.0275            |
| H [m]         | Q [kN]        | $F_{din}$ [kN]            | $F_k$ [kN]                    | $D_d$ [m]        | T [s]               | $t_k$ [s]         | $v_{diz}$ [m/s]   |
| 12            | 500           | 200                       | 306                           | 0.71             | 1.5                 | 1                 | 4                 |
| $i_m$         | $\eta_m$      | $J_1$ [kgm <sup>2</sup> ] | $n_{cm}$ [min <sup>-1</sup> ] | $i_k$            | $l_1$ [m]           | $l_2$ [m]         | $l_3$ [m]         |
| 140           | 0.85          | 8.01                      | 968                           | 8                | 10                  | 7                 | 3                 |

Promena veličine deformacije sredine glavnih nosača dizalice (promena generalisane koordinate  $q_1$ ), za slučaj ubrzanja i početnu dužinu užeta  $l_1=10$  m, prikazana je na dijagramu 1.1, a promena veličine  $q_1$  za period kočenja i istu početnu dužinu užeta na dijagramu 1.2. Na dijogramima 1.3 i 1.4 prikazane su promene deformacije užeta (generalisana koordinata  $q_2$ ) za sve razmatrane početne dužine užeta ( $l_1, l_2$  i  $l_3$ ) za periode ubrzanja i kočenja, respektivno.

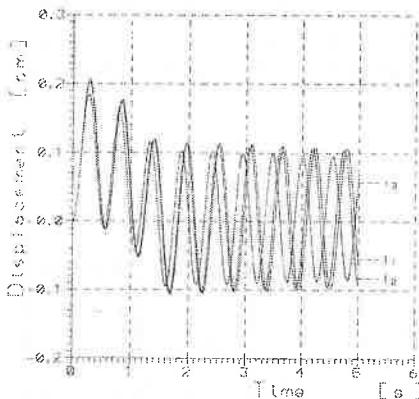
\* Program za numeričko rešavanje sistema diferencijalnih jednačina razvijen pri Institutu za mehanizaciju Mašinskog fakulteta u Beogradu od strane mr Uglješe Bugarića, dipl.maš.inž.



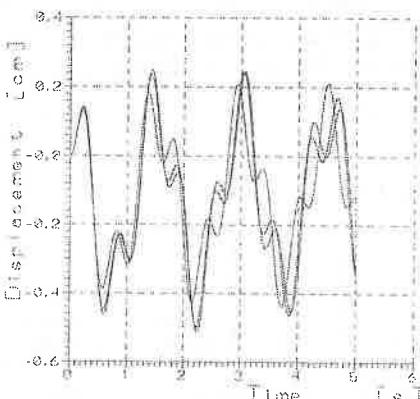
Dijagram 1.1, [33]



Dijagram 1.2, [33]



Dijagram 1.3, [33]



Dijagram 1.4, [33]

Prilikom projektovanja dizalica neophodno je analizirati veličinu ugiba noseće konstrukcije. Najveća vrednost ugiba za određenu konstrukciju dizalice nacionalnim standardima je definisana i ograničena. Iz tog razloga je značajno razmatrati promenu veličine  $q_1$  tokom nestacionarnih režima rada mehanizma za dizanje tereta. Dijagrami 1.1 i 1.2 pokazuju da je za razmatranu mosnu dizalicu kritičniji period ubrzanja sa stanovišta maksimalnog ugiba mosne dizalice. Ovaj rezultat potvrđen je mnogobrojnim postojećim istraživanjima [14, 16, 20, 23, 58]. Maksimalnu veličinu deformacije noseće konstrukcije iskoristićemo za dobijanje vrednosti maksimalnih napona u nosećoj konstrukciji dizalice, primenom programskih paketa za statičku i dinamičku struktturnu analizu. Rezultati ovog brojnog primera pokazuju da najveća vrednost napona u glavnom nosaču dizalice na sredini njegovog raspona iznosi  $\sigma=4.55 \text{ kN/cm}^2$  za period ubrzanja pri dizanju tereta, a za period kočenja pri spuštanju tereta vrednost napona iznosi  $\sigma=3.9 \text{ kN/cm}^2$ . Veća vrednost napona u periodu ubrzanja objašnjava se činjenicom da je deformacija noseće strukture u periodu kočenja manja nego u periodu ubrzanja. Prema proračunu sprovedenom na osnovu važećih propisa i nacionalnih

standarda JUS i DIN, vrednost napona u analiziranom preseku glavnog nosača mosne dizalice iznosila bi  $\sigma=4.76 \text{ kN/cm}^2$ . Ova vrednost napona dobija se proračunom koji uzima u obzir propisanu vrednost dinamičkog koeficijenta  $\psi=1.15$ . Poređenjem rezultata dobijenih u ovom primeru i rezultata koji se dobija primenom dinamičkog koeficijenta, može se zaključiti da je vrednost napona u periodu ubrzanja nešto niža (4.5%) od vrednosti koja bi bila dobijena primenom JUS propisa. Za generalizovanje ovog tvrđenja bilo bi potrebno sprovesti mnogo šira istraživanja na familijama mosnih dizalica.

## 6. ZAKLJUČAK

Proučavanje dinamičkog ponašanja mosnih dizalica u nestacionarnim režimima rada je bio cilj izlaganja u ovoj knjizi.

Obrađena materija doprinosi kompletiranju celine razjašnjenja ukupnog stanja sistema u kretanju, a pri tome je pažnja usmerena na neustaljena kretanja, jer je logično očekivati da se u tim periodima pojave i ekstremna opterećenja.

Dinamička opterećenja, koja izazivaju pojavu dodatnih dinamičkih naprezanja u nosećoj konstrukciji mosnih dizalica, u nestacionarnim režimima rada pri radu mehanizma za dizanje tereta veoma su izražena. Ova problematika je u postojećoj literaturi istraživana, pa se na bazi njihovih rezultata mogu formirati određeni zaključci. Proračun dinamičkih opterećenja obavezno treba sprovesti za nestacionarne režime mehanizma za dizanje tereta - ubrzanje pri dizanju tereta koji slobodno visi na određenoj početnoj visini, i kočenje tereta koji se spušta. U značajnoj većini slučajeva, sa stanovišta maksimalnih dinamičkih naprezanja u nosećoj konstrukciji dizalice nepovoljniji je režim ubrzanja pri dizanju tereta. Takođe, dopunska naprezanja izazvana dejstvom dinamičkih opterećenja veća su po intenzitetu u nosećoj konstrukciji dizalica nego u elementima za vešanje tereta. Ukoliko se u razmatranje dinamičkog ponašanja mosnih dizalica u vertikalnoj ravni ne uvrste prigušna svojstva noseće konstrukcije i užeta, dobiće se nerealno velike vrednosti dinamičkih naprezanja usled velikog uticaja druge sopstvene oscilacije koja se u kratkom vremenskom intervalu prigušuje. Dinamički model koji je detaljno analiziran u ovoj monografiji, i predstavljen na sl.1.25, predstavlja najsveobuhvatniji model za istraživanje dinamičkog ponašanja mosnih dizalica u vertikalnoj ravni. Greška ovog modela u odnosu na elastično telo prilikom određivanja maksimalne sile u užetu iznosi 0.8%, a prilikom određivanja maksimalnog naprezanja u nosećoj konstrukciji iznosi 6%. Parametri koji imaju presudan uticaj na veličinu dinamičkog koeficijenta kod mosnih dizalica (prilikom oscilovanja u vertikalnoj ravni) su veličine masa noseće konstrukcije i tereta, krutost noseće strukture i brzina dizanja. I krutost užeta za dizanje tereta utiče na veličine dinamičkih opterećenja. Sa umanjenjem krutosti užeta smanjuju se vrednosti dinamičkih opterećenja, a do povećanja dinamičkog opterećenja dovodi povećanje raspona dizalice čime se smanjuje krutost noseće konstrukcije a povećava njena masa, kao i vreme razvoja opterećenja.

Kod analize kretanja mosne dizalice u horizontalnoj ravni u periodima neustaljenog kretanja (ubrzanje i kočenje) posebna pažnja je posvećena razmatranju

karakterističnih dinamičkih veličina koje se javljaju u tim periodima kao što su put zakošenja mosne dizalice, naponi u horizontalnoj ravni koji su posledica oscilovanja noseće strukture dizalice u ravni kretanja, kao i bočne sile koje se javljaju u trenutku dodira oboda vertikalnih točkova za kretanje dizalice sa glavom železničke šine. Sve ove dinamičke pojave posledica su zakošenja, a njihovim izučavanjem teži se smanjenju neželjenih efekata zakošenja kao što je zaglavljivanje dizalice, odnosno nedozvoljeno veliki uporedni naponi na pojednim mestima u nosećoj konstrukciji, ili pak nedopušteno veliko opterećenje dizalične staze i točkova dizalice usled dejstva bočnih sila. Izvršene analize u ovoj monografiji treba da pomognu kako naučnim radnicima koji se bave ovom ili sličnom problematikom, tako i inženjerima i projektantima - konstruktorima u praksi koji se često sreću sa fenomenom zakošenja, pogotovo kod mosnih dizalica za većim rasponima. Razmotreno je više modela koji su potpuno originalni i predstavljaju kontinuitet sa radovima autora ove monografije koji je prvi u našoj zemlji počeo da se bavi problemima dinamičkog ponašanja mosne dizalice pri njenom kretanju. Redosled modela izložen je sukcesivno prema vremenu njihovog pojavljivanja, onako kakav je bio i dijalektički pristup posmatranju problema autora i njegovih saradnika. Dijalektika razvoja modela išla je od jednostavnijih modela ka sve složenijim, što je obuhvatalo razmatranje sve većeg broja relevantnih uticaja na tačnost dobijanja dinamičkog ponašanja dizalice, odnosno približavalo dobijene rezultate stvarnom ponašanju. Poseban pomak u formiranju modela naročito je ostvaren u domenu redukcije masa, gde se postupkom za određivanje svedenih masa dobijaju egzaktni izrazi, uz istovremeno korišćenje svih relevantnih postupaka za redukciju. Sveobuhvatni pristup redukciji masa i detaljno obrazloženje postupka predstavljaju jedan od ključnih doprinosa ove monografije, tim pre što je kod mnogih autora iz ove oblasti postupak redukcije ili izvršen paušalno, ili je način dobijanja svedenih masa predstavljen maglovito bez egzaktnosti ponuđenih izraza. Za buduće istraživače iz ove oblasti značajno je da je izvršena sublimacija klasičnih metoda iz dinamike i teorije oscilacija sa savremenih računarskim pristupom u rešavanju problema uz korišćenje ili modifikovanje postojećih softverskih paketa. Težnja za dobijanjem analitičkih izraza tamo gde je to moguće i relativno jednostavno, onemogućava nekritičko korišćenje računara što za posledicu može imati nerazumevanje dobijenih rezultata ili apsorbovanje eventualne greške u dobijenim rezultatima usled pogrešnog modeliranja ili greške pri unošenju podataka u računar. Autor smatra da model koji je poslednji analiziran u monografiji, a sa sedam koncentrisanih masa pruža dobru i dovoljnu osnovu za tačno sagledavanje dinamičkih dešavanja, tim pre što su u razmatranje uvedeni svi relevantni uticaji na dinamičko ponašanje kao što su klačenje tereta, uticaj obrtnih masa pogona, i adekvatna redukcija masa koja tretira mosnu dizalicu u horizontalnoj ravni kao konzolni ram, tim pre što se ovakvom pristupu problematici teži dobijanju očekivanog ponašanja mosne dizalice pri njenom kretanju, koje je verifikovano praktičnim iskustvima iz inženjerske prakse.

Ako su postavljeni ciljevi želja da dobijeni rezultati imaju realnu povezanost sa procesom unapređenja projektovanja, onda je to osnovni uslov aplikacije tih rezultata.

## 7. LITERATURA

- [1] Aleksandrov: Грузоподъемные машины, 1986.
- [2] Bošnjak, S.: O primeni metode redukovanih masa na problem transverzalnih oscilacija konzolnih nosača, Zbornik radova XX Jugoslovenskog kongresa teorijske i primenjene mehanike, sekcija C, Jugoslovensko društvo za mehaniku, Kragujevac, 1993.
- [3] Brkić,A.: Prilog identifikaciji dinamičkog ponašanja građevinske stubne dizalice u režimu rada mehanizma za dizanje tereta, magistarska teza, Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1996.
- [4] Brkić, A., Ostrić, D., Zrnić, N.: Dinamičko modeliranje mosnih dizalica pri radu mehanizma za dizanje tereta, Tehnika, Vol. LII, No 5-6, pp. M17-22, 1997.
- [5] Буликов, Л., Я., Куанг, Н., Неженцев, А., Б.: Исследование динамики грузоподъемных кранов, Вестник Машиностроения, №.4, pp. 39-42, 1981.
- [6] Volling, K.: Schwingungsverhalten von Brückenkranen, Fördern und Heben, pp.363, 1973.
- [7] Гохберг, М., М: Металлические конструкции польемно-транспортных машин, 3-е изл., Машиностроение, Москва, 1976.
- [8] Гохберг, М., М: Справочник по кранам., Машиностроение, Ленинград, 1988.
- [9] Dedijer, S.: Dinamički koeficijenti pri radu mostovskih dizalica male i srednje nosivosti, doktorska disertacija, Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1970.
- [10] Dresig, H.: Berechnung extremer dynamischer Belastungen in Unstetigförderern, Hebezeuge und Fördermittel, Vol 16, No 8, pp.243-247, 1976.
- [11] Ernst, L.: Massenkräfte in Laufkatzen, Brücken und Portalkranen beim Heben und Senken der Hublast, Hebezeuge und Fördermittel, pp. 243, 1976.
- [12] Zrnić, N.: Prilog identifikaciji dinamičkog ponašanja ramne dizalice pri njenom kretanju, magistarska teza, Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1996.
- [13] Иванченко, Ф., К.: Конструкция расчет подъемно-транспортных машин, Выща школа, Киев, 1988.
- [14] Казак, С., А.: Динамика мостовых кранов, Машиностроение, Москва, 1968.
- [15] Kogan, J.: Die praktische Berechnung der dynamischen Belastungen beim Lasthub, Fördern und Heben, No.4, pp.337-342, 1980.
- [16] Комаров, М., С.: Динамика грузоподъемных машин, Машгиз, Москва, 1962.

- [17] Kos, M.: O proračunu dizalica na dinamičku stabilnost, Tehnika - Mašinstvo, Vol.31, No.6, pp.895-900, 1982.
- [18] Lightfoot, E., Clarkson, B. L.: Dynamic Stresses in Overhead Traveling Cranes due to the Hoisting and Lowering of Loads, Proceedings Institut, Mechanical Engineering, 1955.
- [19] Лобов, Н., А.: Расчет динамических нагрузок мостового крана при его передвижении, Вестник Машиностроения, №.1, pp. 44-48, 1976.
- [20] Лобов, Н., А.: Расчет динамических нагрузок мостовых кранов подъеме груза, Вестник Машиностроения, №.5, pp. 37-41, 1977.
- [21] Лобов, Н., А.: Динамические нагрузки мостового крана с разделенным приводом механизма передвижения, Вестник Машиностроения, №.8, pp. 12-16, 1977.
- [22] Лобов, Н., А.: Устойчивость движения мостовых кранов, Вестник Машиностроения, №.2, pp. 29-32, 1979.
- [23] Лобов, Н., А.: Динамика грузоподъемных кранов, Машиностроение, Москва, 1987.
- [24] Neugebauer, R.: Befrag fur Anfahrdynamik von Brückenkranen mit Elektromotorischen Einzelantrieb, Stahlbau 2/65.
- [25] Neugebauer, R.: Outline of a Tentative Standard for the Safe and Economical Dimensioning of Crane Structures, Reprint from "VDI-Berichte" 1965, exhibition number, Kupp-Ardelt, pp. 3-12, Wilhelmshaven, 1965.
- [26] Ostrić, D.: Prilog određivanju bočnih reakcija kod mosnih dizalica, doktorska disertacija, Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1975.
- [27] Ostrić, D.: Dizalice, Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1992.
- [28] Ostrić, D., Brkić, A., Zrnić, N.: Influence of driving-shaft to dynamic behaviour of the bridge crane in horizontal plane, modelled with several concentrated masses during the acceleration, Transactions, Vol.XXII, issue 2, Faculty of Mechanical Engineering, pp. 25-30, Belgrade, 1993.
- [29] Ostrić, D., Brkić, A., Zrnić, N.: Analiza uticaja klančenja tereta na dinamičko ponašanje mosne dizalice u nestacionarnim režimima kretanja, Proc. of XIII International Conference on Material Handling and Warehousing, Mašinski fakultet, str. 304-309, Beograd, 1994.
- [30] Ostrić, D., Brkić, A., Zrnić, N.: Determining of the bridge crane horizontal forces including the influence of structural damping, Transactions, Vol.XXIV, issue 1, pp. 45-49, Belgrade, 1995.
- [31] Ostrić, D., Brkić, A., Zrnić, N.: Analiza istovremenog uticaja nestacionarnog kretanja mosne dizalice i dizanja tereta na dinamičko ponašanje i naponska stanja u strukturi dizalice, XXI YUCTAM, Zbornik radova, sekcija D, JDM, Niš, 1995.
- [32] Ostrić, D., Brkić, A., Zrnić, N.: The analysis of influence of swing of the cargo and rigidity of driving shafts of mechanism for moving to the dynamic behaviour of the bridge crane, Proc. of IX IFTOMM, Vol.4, Politecnico di Milano, pp. 2862-2866, Milano, 1995.
- [33] Ostrić, D., Brkić, A., Zrnić, N.: The analysis of bridge cranes dynamic behaviour during the work of hoisting mechanism, Proc. of XIV International Conference on Material Handling and Warehousing, Faculty of mechanical engineering, Begrade, pp. 2.43-2.50, 1996.

- [34] Ostrić, D., Zrnić, N., Brkić, A.: Dinamičko ponašanje mosnog krana sa više koncentrisanih masa pri translatornom kretanju, Zbornik radova I međunarodnog naučno-stručnog skupa Teška Mašinogradnja '93', Mašinski fakultet Kraljevo, knjiga 2, str. 20-25, Kruševac-Vrnjačka banja, 1993.
- [35] Ostrić, D., Zrnić, N., Brkić, A.: Defining of the stress in the structure of bridge crane modelled with several concentrated masses because of loading in the moving plane caused by braking of the crane, Transactions, Vol.XXIII, issue 2, Faculty of Mechanical Engineering, pp. 22-27, Belgrade, 1994.
- [36] Ostrić, D., Zrnić, N., Brkić, A.: Analiza dinamičkog ponašanja mosne dizalice u horizontalnoj ravni u periodima nestacionarnog kretanja, Proc. of XIII International Conference on Material Handling and Warehousing, Mašinski fakultet, str. 316-321, Beograd, 1994.
- [37] Ostrić, D., Zrnić, N., Brkić, A.: O modeliranju mosnih dizalica za istraživanje dinamičkih pojava tokom njihovog kretanja, Tehnika - Mašinstvo, Vol.LI, No.3-4, pp.1-6, Beograd, 1996.
- [38] Ostrić, D., Tošić, S.: Dinamička opterećenja mosnog krana u vertikalnoj ravni pri nestacionarnom kretanju, usvajanjem modela sa više koncentrisanih masa, XI naučno-stručni skup sa međunarodnim učešćem o transportnim procesima u industriji, Zbornik radova, SMEITS, Beograd, 1990.
- [39] Podoba, E.: Untersuchungen zur dynamischen Beanspruchung von Brückenkranen in Kastenträgerbauart, Hebezeuge und Fördermittel, Vol.8, No.8, pp. 231-233, 1968.
- [40] Radosavljević, Lj.: Teorija oscilacija, 4-to izd., Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1981.
- [41] Radosavljević, Lj.: Male oscilacije materijalnog sistema sa konačnim brojem stepeni slobode, 3-e izd., Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1986.
- [42] Rašković, D.: Teorija oscilacija, Naučna knjiga, Beograd, 1957.
- [43] Roos, H.: Ein Beitrag zur Formalisierung der inneren dynamischen Vorgänge in Kransystemen während der Hubwerksspiele, Dissertation, Darmstadt, 1975.
- [44] Рунов, М., М.: Повторные движения крановой тележки с гибким подвесом груза, Вестник Машиностроения, No. 6, pp. 11-15, 1970.
- [45] Sedlmayer, F.: Beschleunigungskräfte von Fahr und Drehwerksantrieben-ihre dynamische Wirkung auf die Tragkonstruktion der Krane-teil I, Fördern und Heben, Vol.15, No.5, pp. 363-369, 1965.
- [46] Sedlmayer, F.: Beschleunigungskräfte von Fahr und Drehwerksantrieben-ihre dynamische Wirkung auf die Tragkonstruktion der Krane-teil II, Fördern und Heben, Vol.15, No.6, pp. 427-434, 1965.
- [47] Sedlmayer, F.: Bremskräfte der Fahrwerke-ihre dynamische Wirkung auf die Tragkonstruktion der Krane, Fördern und Heben, Vol.17, No.4, pp. 203-216, 1967.
- [48] Setto, W.: Theory and Problems of Mechanical Vibrations, Schaum publishing Co., New York, 1964.
- [49] Sinay, J.: Steifigkeit der Lastaufhängung an Kranen mit Wippausleger, Fördern und Heben, Vol.36, No.12, pp. 894-896, 1986.

- [50] Соболев, В., М.: Горизонтальные нагрузки при свободном движении мостового крана в период пуска, Вестник Машиностроения, №. 10, pp. 21-24, 1975.
- [51] Спицына, Д., Н., Буланов, В., Б.: Гашение колебаний мостовых кранов при подъеме груза с подхватом, Вестник Машиностроения, №. 9, pp. 33-36, 1979.
- [52] Shermunski, B.I., Grigorov, O.V.: Fahrwerkmechanismen von Brückenkranen mit hydrostatischem und elektromechanischem Antrieb im nichtstationären Betriebszustand, Hebezeuge und Fördermittel, Vol. 15, No 9, pp.270-276, 1975.
- [53] Scheffler, M., Dresig, H., Kurth, F.: Unstetigförderer 2, Veb Verlag Technik, Berlin, 1977.
- [54] Tersch, H.: Untersuchungen zur Fahrdynamik von Brückenkranen, teil 1, Hebezeuge und Fördermitte, Vol.12, No.5, pp. 148-151, 1972.
- [55] Tersch, H.: Unterschungen zur Fahrdynamik von Brückenkranen, teil 2, Hebezeuge und Fördermitte, Vol.12, No.6, pp. 173-176, 1972.
- [56] Tošić, S.: Dinamičko ponašanje mosnih kranova, u zavisnosti od krutosti pojedinih mehanizama i delova noseće konstrukcije, doktorska disertacija, Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1989.
- [57] Cselenyi, J.: Einfluss der Fahrentriebe von Brückenkranen auf das dynamische Verhalten, Hebezeuge und Fördermittel, Vol.10, No.7, pp. 217-222, 1970.
- [58] Шефлер, М., Дресиг, Х., Курт, Ф.: Грузоподъемные краны 1 и 2, prevod sa немаčког М. М. Рунова, Машиностроение, Москва, 1981.
- [59] Šćap, D.: Dinamička opterećenja mosnog granika pri dizanju tereta, Tehnika - Strojarstvo, Vol.24, No.6, pp. 307-315, 1982.

## *Izvod iz recenzije*

... Monografija predstavlja sintezu do sada ostvarenih rezultata dinamičkih efekata pri pojavi dinamičkih veličina kod rada mehanizama za dizanje tereta i mehanizama za horizontalno kretanje mosne dizalice.

Realizovani su dinamički modeli za različita konstruktivna rešenja mehanizama, koji su omogućili stvaranje analitičkih metoda sa krajnjim ciljem definisanja dinamičkih parametara.

Posebno je od značaja što je sastavni deo dinamičkog modeliranja i noseća struktura mosne dizalice, što je neophodno za približavanje stvarnim dešavanjima dizalice u radu.

Definisana su dinamička opterećenja delova mehanizama i noseće strukture, što omogućava pristup optimizaciji dizalica.

Posebna pažnja je posvećena problemu zakošenja dizalice, koji je veoma značajan sa aspekta pojave bočnih sila na kransku stazu, kao i definisanja puteva zakošenja značajnih za funkcionisanje dizalice.

Treba posebno istaći da su sprovedena istraživanja i dobijeni rezultati proizašli iz originalnih rešenja ove problematike i predstavljaju doprinos razvoju oblasti transportnih mašina. ...

... Naučno delo "Dinamika mosnih dizalica" ima posebnu monografsku vrednost. Sadržaj, pristup i organizacija materije obezbedili su sve preuslove da ova monografija bude veoma korisna literatura za sve naučnike i stručnjake koji se bave proučavanjem dinamičkog ponašanja dizalica, a nesumnjivo će postati nezaobilazna literatura studentima poslediplomskih studija. Takođe, ova monografija može postati temelj za koncipiranje novog Jugoslovenskog standarda u oblasti dizalica.

Monografija sadrži rezultate izvornih naučnih istraživanja autora u oblasti dinamike dizalica. Poseban doprinos autor daje u oblasti modeliranja noseće konstrukcije mosnih dizalica. Monografija "Dinamika mosnih dizalica" autora Davora Ostrića je po sadržaju, pristupu i kvalitetu na visokom nivou, i može biti uvrštena u red relevantnih monografija iz ove oblasti i u međunarodnim razmerama. ...