

др Бранислав Попконстантиновић

др Никола Младеновић

др Миша Стојићевић

**Динамика и хоролошке грешке
запречно-импулсних механизма**

Београд 2019.

Динамика и хоролошке грешке запречно-импулсних механизма
Прво издање

Аутори:

Др **Бранислав Попконстантиновић**, редовни професор
Машинског факултета Универзитета у Београду
др **Никола Младеновић**, редовни професор
Машинског факултета Универзитета у Београду
Др **Миша Стојићевић**, доцент
Машинског факултета Универзитета у Београду

Рецензенти:

Др **Драгомир Зековић**, редовни професор у пензији
Машинског факултета Универзитета у Београду
Др **Зоран Стокић**, ванредни професор
Машинског факултета Универзитета у Београду

Издавач:

Машински факултет Универзитета у Београду
Краљице Марије 16, 11120 Београд 35, Србија
<https://www.mas.bg.ac.rs/>

За издавача:

Др **Радивоје Митровић**, декан
редовни професор Машинског факултета Универзитета у Београду
Штампање одобрила Комисија за издавачку делатност бр. 10/19 од 23.04.2019.

Председник комисије:

Др **Милан Лечић**, уредник
редовни професор Машинског факултета Универзитета у Београду

Компјутерски слог и графичка обрада: Аутори

Штампа:

Планета Принт
Игора Васиљева 33р, Београд
<http://planeta-print.rs/>
Тел: +381 650 65 64

Тираж: 100 примерака
ISBN 978-86-6060-007-5

©Аутори и Машински факултет, Београд 2019
Прештампавање и умножавање није дозвољено

Садржај

Предговор	3
1 Историјски преглед	5
2 Запречно-импулсни механизми	17
2.1 Котвени запречно-импулсни механизми са повратним трзајем	23
2.2 Мирни запречно-импулсни механизми	27
2.3 Константни или изодинамички и слободни запречно-импулсни механизми	31
3 Метода двоструке размере времена	41
4 Метода Крилова и Богољубова	53
5 Грешке запречно-импулсних механизмама одређене методом двоструке размере времена	61
6 Грешке запречно-импулсних механизмама одређене методом Крилова и Богољубова	79
7 Грешке запречно-импулсних механизмама у стационарном режиму	93
7.1 Модел запречно-импулсног механизма са хармонијском принудом	94
7.1.1 Нумерички пример 1	102
7.2 Модел запречно-импулсног механизма са повратним трзајем	105
7.2.1 Нумерички пример 2	115
7.2.2 Нумерички пример 3	116
7.3 Модел мирног и слободног запречно-импулсног механизма	122
7.3.1 Нумерички пример 4	132
7.3.2 Нумерички пример 5	133
7.3.3 Нумерички пример 6	139
7.4 Тумачење феномена грешке запречно-импулсних механизмама	143

8	Транзиције	151
8.1	Транзиција хода сатног механизма са запречницом са повратним трзајем услед постепеног пада погонског момента	152
8.2	Транзиција хода сатног механизма са запречницом са повратним трзајем услед скока погонског момента	161
8.3	Транзиција хода сатног механизма са слободном запречницом услед постепеног пада погонског момента	164
8.4	Транзиција хода сатног механизма са слободном запречницом услед скока погонског момента	174
9	Симулације	179
9.1	Ток симулација и анализе кретања осцилатора	183
9.2	Резултати симулација и анализе кретања осцилатора	185
10	Референце	201
11	Индекс појмова	205

Предговор

“Time doesn’t exist, clocks exist.”

David J. Conway

Сатни механизми припадају области прецизне механике, који високим степеном равномерности хода мере протицање времена. Кључни подсклоп сатног механизма представља осцилатор спрегнут са запречно-импулсним механизмом који својим функцијама уноси поремећаје у осцилаторни процес тако да осцилације више нису сопствене, већ принудне са фреквенцом која је подложна промени. На тај начин сам процес мерења времена ремети тачност тог мерења, па се веран математички опис рада сатних механизма не може остварити занемаривањем малих поремећаја вишег реда, линеаризацијом диференцијалних једначина кретања осцилатора и другим апроксимацијама уобичајеним за класичан приступ у изучавању механизма. Зато је ова монографија и посвећена анализи динамике сатних механизма и хоролошких грешака запречница коришћењем теорије пертурбационог рачуна. Такав приступ заснива се управо на урачунавању малих поремећаја вишег реда и доприноси веродостојнијем опису динамичких својстава сатних механизма.

Дугујемо велику захвалност рецензентима др Драгомиру Зековићу и др Зорану Стокићу на изузетном труду кога су уложили током прегледа, корекције и рецензије ове монографије. Посебно се захваљујемо на драгоценим стручним саветима којима су рецензенти дали кључан допринос квалитету садржаја и које су аутори са задовољством уградили у овај научни есеј.

Аутори

„Зашто, у ери електронских, атомских и кварцних мерача времена, уопште посвећивати пажњу механичким часовницима? Зато што механизми механичких часовника представљају праву ризницу како теоријских тако и практичних знања из готово свих области

машинства, а посебно теоријске механике и теорије механизма. Принципи рада механичких часовника, њихове конструктивне и функционалне карактеристике, геометрија, кинематика, анализа и синтеза мало се или нимало изучавају у машинству и физици, а ова монографија убедљиво показује да је и у овој области могуће дати нове доприносе техници и науци кроз добро осмишљен истраживачки програм. Резултати који су постигнути у овој монографији доприносе будућим правилним синтезама сатних механизма и дају практичан допринос теоријским дисциплинама какве су кинематика, нелинеарна динамика, теорија нелинеарних осцилација, теорија механизма, машински материјали, машински елементи. Резултати ових истраживања могу се проширити и генерализовати и на друге области наука, какве су теорија аутоматског управљања, теорија детерминистичког хаоса, небеска механика, математичке основе теорије пертурбационог рачуна.”

Др Зоран Стокић, ванредни професор

„У наведеном научном есеју постигнут је висок ниво прецизности у језику, теорији механизма, механици, математици и филозофији. Делује охрабрујуће да је при писању овог рукописа коришћен мали број страних речи („туђица”) и што је написан ћирилицом па, заједно са језичком култивисаношћу, представља вредан допринос очувању српског језика и писма.

На основу претходног приказа мислим да монографија поседује изузетан квалитет како у целини, тако и у детаљима. Импонује лакоћа са којом се барата са великим бројем појмова из теорије механизма, механике, технике, математике и филозофије што је захтевало велико и зрело знање, које је овде искоришћено на прави начин. Објављивање оваквог научног есеја представљаће леп допринос српској научној мисли и култури и он може бити од велике користи инжењерима који се баве наведеном проблематиком, а такође може бити инспиративно и за врхунске студенте који намеравају да се баве високостручним и научним радом.”

Др Драгомир Зековић, редовни професор

Глава 1

Историјски преглед

Шта је то време, о томе се не може тврдити готово ништа поуздано. Да ли је време конкретан феномен, део основне структуре универзума, димензија независна од догађаја у коме се они сукцесивно нижу—став Сер Исака Њутна [1] (*Sir Isaac Newton*, 1642.–1727.)? Или је време концепт—апстрактни појам и као такав део фундаменталне структуре интелекта којом људи сагледавају, пореде и разумевају појаве овога света—став Готфрида Лајбница [2] (*Gottfried Wilhelm (von) Leibniz*, 1646.–1716.) и Имануела Канта [3] (*Immanuel Kant*, 1724.–1804.). Да ли објективно постоји нешто што називамо протицањем времена или је то тек субјективни осећај неумитног и неповратног следа догађаја, од будућности ка садашњости и од садашњости ка прошлости? Да ли је садашњост несамерљиви трен у коме се будућност претвара у прошлост? Да ли су прошлост и будућност делови објективне егзистенције или је прошлост тек сећање на протекле догађаје, а будућност само субјективни предосећај једног могућег следа догађаја? Ова питања вековима су била предмет интересовања многих теолога, филозофа, научника и уметника. Можда је најпоучније размишљање о времену записао свети Августин (*Aurelius Augustinus*, 354.–430.) у делу Исповести [4], које гласи:

„Шта је одиста време? Ко би тако лако и кратко могао да га објасни? Зар би могао ико, чак и у мислима, да сазда разговетан појам о њему и приведе овај у речи? Има ли заиста у нашем говору обичније идеје и боље познате од идеје времена? Кад говоримо о њему, разумевамо ми све оно што кажемо, једнако као и кад неко други говори о томе. Шта је, дакле, време? Док ме нико не пита, ја знам; кад би, пак, ваљало да то објасним —ја не знам.“

На жалост или на срећу, одговора на сва ова питања још увек нема. Свако ко је покушао да дефинише „време“ врло брзо је увидео да није отишао даље од *petito-principii*—такве би дефиниције у себи садржавале синониме тог истог појма. Не постоји својство које би било садржано у личном базном искуству човека, а које би могло да буде означено као време. Свесне представе о времену ткају се испод прага људске свести, у

„фабрици мисли”¹, на разбоју који је вођен неразмрсивим садејством психолошких, физиолошких, културних и социолошких чинилаца. Не постоји, дакле, „специјализовано” чуло за „време”, већ се оно—„време”—„формира” („тка”!) у човековом мозгу, у сложеним процесима координације информација које притичу из свих чула—ту се појављују две класе природног осећаја за „време”: 1) „пре-после”, 2) „трајање”. Како су значења ових термина интуитивно јасна, осећај времена изражава се кроз ове две класе!

Зато што за људе као бића време „не постоји” у реалности, не постоји ни могућност да се директно говори о том базном—апстрактном појму. Једино што се може учинити јесте да се о њему говори посредним путем; када је у питању „време”, говори се о: структури времена, топологији времена, метрици времена, смеру времена, току времена, онтолошком статусу времена. У природним и техничким наукама базни појмови као што су „време”, „простор”, „маса”, „сила”—имају увек двоструко значење. Једно значење—када је реч о аксиоматском језгру неке научне теорије, а друго—у експерименталној свакодневној пракси. Аксиоми научне теорије на симболички начин говоре о томе како да се унутар те теорије користе базни појмови (време, простор, маса, сила) који се не дефинишу (претходе свим дефиницијама и аксиомима). У физици, унутар аксиоматског језгра, време је третирано као математички континуум реалних бројева. У експерименталној пракси време је пак рационални број—то је време наших часовника.

Упркос свим нејасноћама о природи времена, наслућује се, погрешно или исправно, да време протиче равномерно. Независно од неких савремених теорија, као на пример опште и специјалне теорије релативности [5] и експерименталних доказа који тврде супротно, тај предосећај, та слутња или интуиција о равномерности протикања времена доживљава се толико снажно да се прихвата као кључно и суштинско својство времена. Из ове слутње происходи и чињеница да је свако мерење времена засновано на посматрању равномерних, једноликих кретања и процеса. Тако се још од давнина мерење времена

¹ „Са фабриком мисли / Је као са ткачким ремек-делом / Где један притисак ногом хиљаду нити креће, / чункови јуре тамо и овамо, / Нити невидљиво теку, / Један потез ствара хиљаду веза.”; Фауст I, стихови 1922-27, Јохан Волфган Гете [48], “Zwar ist’s mit der Gedankenfabrik / Wie mit einem Weber-Meisterstück, / Wo EIN Tritt tausend Fäden regt, / Die Schifflein herüber hinüber schießen, / Die Fäden ungesehen fließen, / EIN Schlag tausend Verbindungen schlägt.” (Johann Wolfgang von Goethe, 1749. — 1832.);

вршило посматрањем и бележењем приближно равномерних привидних кретања звезда, Месеца и Сунца на небеском своду. Месечеве мене, устаљене смене еквиноција и солстиција, годишњих доба, дана и ноћи постали су основа за календаре које и данас користимо. Кретање сенке на сунчаним сатовима, скраћивање дужине свеће која гори (слика 1.1), истицање воде у клепсидрама и песка у пешчаним часовницима (слика 1.2) примери су коришћења приближно равномерних кретања и процеса у мерењу времена још од античког доба [6].

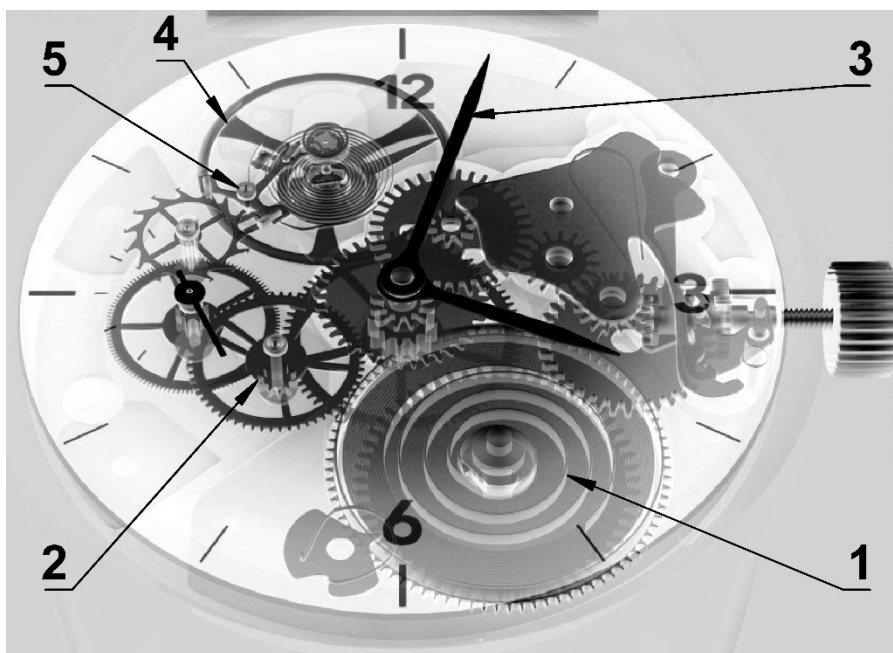


Слика 1.1 Свећа као часовник



Слика 1.2 Пешчани сат

Прошли су многи векови пре него што је запажено да су осцилаторни процеси феномени на којима се може засновати мерење времена на најцелисходнији начин. Холандски астроном и физичар, Кристијан Хајгенс (*Christiaan Huygens*, 1629.–1695.) открио је да механички осцилатори врше сопствене осцилације које се одликују стабилном сопственом фреквенцијом [7], [8]. Њему припада и заслуга за практичну примену овог открића—за конструкцију првог механичког часовника који мери протицање времена бројањем осцилација клатна, односно балансног точка на спиралној опрузи.



Слика 1.3 Делови механизма часовника

Сви савремени часовници, како механички тако и кварцни и атомски (електромагнетни), заснивају свој рад на пребројавању равномерног следа осцилација различитих врста осцилатора, односно периода осциловања њихових сопствених осцилација². Тако се долази до оперативне дефиниције времена која се заснива на замени класичног појма времена појмом симултаности догађаја [9] и која превазилази све проблеме филозофских и метафизичких расправа о њему. За савремене физичаре време је „оно шта показују часовници” [10], координата у просторно-временском континууму одређена симултаним паром догађаја [9], од којих се један детектује часовником. А часовник је сваки инструмент који може на погодан начин да преброји, забележи и прикаже низ посебно одабраних догађаја који се равномерно одвијају и/или циклично понављају.³

² Мерење времена електромагнетним часовником, где се мери учестаност радио зрачења атома цезијума [47], одвија се под дејством електромагнетне интеракције. Када се догоди скок између два блиска квантна стања, по конвенцији каже се да је протекла јединица атомског времена (0,0000000001 секунда).

³ На пример, трицијумски нуклеарни часовник, где се услед дејства слабе итеракције одвија бета распад овог изотопа водоника, мери време мерењем

Потребно је да се укратко размотри конструкција механичког часовника, јер је овај есеј посвећен управо механичким часовницима. Сваки такав часовник, односно механички инструмент који мери протицање времена (слика 1.3), садржи погонски 1, преносни механизам 2, бројчаник са казалькама 3, осцилатор 4 и регулатор хода 5 [11], [12]. Погонски механизам снабдева часовник механичком потенцијалном енергијом (енергија еластичне деформације или енергија гравитације) и, претварајући је у кинетичку, омогућава континуалан рад свих покретних делова механизма. Преносни механизам је систем спрегнутих зупчаника који преноси погонску енергију од погонског механизма до регулатора хода. Осим тога, преносни механизам преноси своја обртна кретања на казальке које на бројчанику бележе протекле временске интервале. Осцилатор је физичко клатно или балансни точак (немирница) са спиралном опругом (њихалица). Осцилатор врши сопствене осцилације под дејством силе реституције (гравитационе или еластичне) и одликује се релативно стабилном сопственом фреквенцијом, односно приближно константним периодом осциловања. Сатни механизам приказује и мери протицање времена као целобројни умножак периода или полупериода осциловања осцилатора. Регулатор хода, срце сваког часовника, је механизам који регулише брзину хода. Назива се и *запречницом* или прецизније *запречно-импулсним механизмом* јер своју функцију остварује кроз те две, мање или више засебне активности. Под дејством погонског момента, механизам часовника има тенденцију убрзаног кретања, а својом запречном функцијом, регулатор хода ову тежњу спречава и то у ритму сопствених осцилација осцилатора. Тако *запречна функција* овог регулатора брзине обезбеђује равномерност хода часовника. На осцилатор, осим реституционе силе, делују и моменти сила трења (вискозни отпор ваздуха и суво трење унутар ослонца), које имају тенденцију да зауставе његово кретање. Да би осцилатор непрекидно осциловало неопходно је да механизам часовника повремено надокнађује овај енергетски губитак, што се управо чини *импулсном функцијом* регулатора хода. Дакле, у ритму сопствених осцилација, регулатор хода предаје осцилатору извесну енергију, надокнађује губитке и тако обезбеђује непрекидност његовог осциловања.

Када би постојао, савршено тачан сат био би снабдевен осцилатором који вечно осцилује слободним, непригушеним осцилацијама. Само тада би

његове масе; када маса трицијума у току распада достигне половину почетне вредности, по конвенцији каже се да је протекла „јединица времена“ (12,32 године!) [46].

његова сопствена фреквенција била потпуно стабилна. Као што је то већ наглашено, у реалним околностима и клатно и немирница осцилују пригушеним, принудним осцилацијама у зони резонанце. Зато је и период њиховог осциловања променљив и подложен свим оним променама које те осцилације управо и чине пригушеним и принудним. Ипак, иако се идеал не може постићи, њему се може тежити. Сваки часовник ће бити утолико бољи, тачнији и прецизнији, уколико је пригушење његовог осцилатора слабије, а импулси принуде регулатора хода дискретнији и ређи.

Тако се долази до централног проблема коме је ова монографија и посвећена. Запречно-импулсни механизам виталан је подсклоп сваког механичког часовника јер он и одржава и пребројава осцилације осцилатора и тако мери протицање времена. Али, у исти мах, својим функцијама овај механизам уноси поремећаје у осцилаторни процес тако да осцилације више нису сопствене, већ принудне са фреквенцом која је подложна промени. Дакле, сам процес мерења времена ремети тачност тог мерења. Појава да запречно-импулсни механизам мења период осциловања осцилатора, па самим тим и ход часовника, назива се *грешком запречно-импулног механизма* или краће *грешком запречнице*. Квалитативна и квантитативна анализа поменутог феномена кључне су теме овог научног есеја.

Грешке запречно-импулсних механизма запажене су најпре емпиријски, од стране часовничара и конструктора сатних механизма. Наиме, већ крајем седамнаестог и почетком осамнаестог века, примећено је да запречнице мењају (продужавају или скраћују) период осцилација сатних осцилатора, и да само неки типови ових механизма поседују способност компензације циркуларне грешке клатна. Такође је примећено да грешке запречно-импулсних механизма зависе од амплитуде осцилатора са којим су спрегнути, односно да се могу компензовати само за једну одређену амплитуду осцилација балансног точка и клатна. Прву математичку анализу грешака запречно-импулсних механизма остварио је краљевски астроном и управник астрономске опсерваторије у Гриничу Џорџ Бидл Ејри (*Sir George Biddell Airy*, 1801. –1892.) 1826. године [13]. Ејри је изводио једначине промене периода и амплитуде осциловања изохроног клатна, решавајући диференцијалне једначине кретања његовог тежишта под утицајем принудног момента који врши мале поремећаје реституционог момента гравитационе силе [14]. На Харисоновом семинару Британског хоролошког института одржаног 1988. године, Ејријеве једначине су оцењене можда претерано строго као „једноставно погрешне” (страна 102 [15]). Иако имају

извесних нејасноћа и недоречености (на пример, занемарују дисипацију енергије и не важе за стационарно стање осциловања), оне бар квалитативно исправно описују грешке неких врста запречно-импулсних механизма.



Слика 1.4 Џорџ Бидл Ејри



Слика 1.5 Едмунд Бекет Денисон

Током деветнаестог века овим проблемима бавили су се углавном британски математичари, астрономи и часовничари. Најпознатији међу њима је свакако Едмунд Бекет Денисон (*Edmund Beckett Denison, 1st Baron Grimthorpe*, 1816.–1905.), који објављује обимну студију о механизмима часовника [11] у којој, између осталог, детаљно описује конструктивна и динамичка својства запречно-импулсних механизма. Он користи једначине Ејрија, разрађује их, допуњава, тумачи и кроз конкретне нумеричке примере демонстрира промене периода осциловања клатна под утицајем импулса неких најпознатијих типова запречних механизма. Посебно је интересантна његова детаљна анализа утицаја геометријских карактеристика запречница на поремећај хода часовника, као и могућности компензације овог поремећаја утицајима других подсклопова часовника. Осим теоријског, Денисонова студија о запречницама има и практични значај јер њени закључци, упозорења и препоруке могу бити од велике користи управо часовничарима и конструкторима сатних механизма. Од савремених хоролога и градитеља часовника који су писали о својствима запречно-импулсних

механизма посебно је значајан Филип Вудвард (*Philip Woodward*, 1919.–2018.). У једној збирци Вудвардових научних и стручних радова из области хорологије [15] он објављује пет научних расправа о запречницама, у којима, уз сасвим мало математике, даје један нов и оригиналан поглед на теорију запречно-импулсних механизма. На примеру пригушених осцилација клатна са хармонијском принудом, а у стационарном режиму осциловања, Вудвард открива суштински узрок промене периода осциловања, односно грешке запречнице. Истичући да је управо фазна разлика између периодичне принудне силе запречнице и силе вискозног отпора узрок грешака запречно-импулсних механизма, уводи појам фазног центра, дефинише тзв. тангенсно правило, описује како се из већ поменутих Ејријевих једначина може извести тангенсно правило и дијаграмима демонстрира како промена амплитуде осциловања утиче на величину грешке запречно-импулсних механизма. На крају својих студија о запречницама он презентира параметре, ток и резултате низа компјутерских симулација поремећаја периода и амплитуде пригушених и принудних осцилација клатна на које, осим гравитационе реституционе силе и силе отпора пропорционалне угаоној брзини клатна, делују и краткотрајне силе принуде запречно-импулсног механизма. Импулс запречнице је тако децентриран да делује у одређеном угаоном сегменту после проласка клатна кроз равнотежни положај. Резултати ових симулација углавном се добро слажу са теоријским прорачунима и емпиријски откривају значај утицаја грешке запречнице на тачност часовника. Мишљење да је Вудвард у потпуности успео да, без употребе сложеног математичког апарата, опише саму суштину овог сложеног феномена, сасвим је оправдана. Књига [16] Артура Роулингса (*Arthur Lionel Rawlings* 1881.–1959.) такође се убраја у значајну литературу из готово свих области хорологије и механике сатова. Између осталог, Роулингс у [16] обрађује и проблеме грешака запречно-импулсних механизма и изводи Ејријеве једначине [13], и то искључиво геометријском анализом фазног дијаграма квазистационарних принудних осцилација клатна. Користећи изведене релације у општем облику, Роулингс формулише и дискутује изразе који описују динамичке карактеристике и грешке неколико најпознатијих типова запречно-импулсних механизма. Сагласно већ поменутој чињеници да су Ејријеве једначине непотпуне и ограничено применљиве [15], у књизи [16] објављена је и кратка ревизија и допуна Ејријеве теорије, која узима у обзир дисипацију енергије осцилатора. Изведени изрази у општем облику, који дефинишу грешке запречно-импулсних механизма за квазистационарни режим осцилација, потпуно су сагласни са Вудвардовим релацијама [15]. Ревидирана Ејријева теорија јасно истиче већ поменути чињеницу да је управо фазна разлика између

периодичних сила од којих је једна принудна сила запречнице, а друга сила вискозног отпора узрок грешке запречно-импулсних механизма [15]. Роулингсова књига [16] посебно је значајна и због тога што, упоредо са једноставно и јасно изложеном математичком анализом, пружа и детаљна објашњења физичке суштине разматраног феномена грешке запречно-импулсних механизма. Рад Питера Хојнга (*Peter Hoynig*) [17] анализира динамику принудних и пригушених осцилација клатна и посебно је интересантан јер користи пертурбациони рачун у решавању диференцијалне једначине кретања. Он изводи једначине за амплитуду и фазу осциловања, даје израз за циркуларну грешку клатна, као и једначину грешке запречно-импулсног механизма у општем облику. Аутор решава ову диференцијалну једначину за случај једног идеализованог модела запречно-импулсног механизма и, на крају рада, саопштава резултате компјутерске симулације утицаја принудног момента усвојеног модела запречнице на промену периода осциловања клатна. Овај рад је значајан и занимљив пре свега зато што примењује технику пертурбационог рачуна по методи Крилова (*Николáй Митрофáнович Крылóв, 1879.–1955.*) и Богољубова (*Николáй Николáевич Боголóбов, 1909.–1992.*) [18] у апроксимативној анализи нелинеарних осцилација клатна. Међутим, извесни пропусти сасвим су очигледни у садржају овог рада. Пре свега, чланови у већини изведених једначина су димензионо некохерентни, односно несагласни у јединицама мере. Зашто се аутору поткрала ова грешка и зашто је није исправио, о томе се на овоме месту неће дискутовати. Друго, Хојнг анализира примере две апстрактне запречнице, али не успоставља везу са конкретним типовима ових механизма, па зато рад има више теоријски, а мање практичан значај. Другим речима, из презентираних математичких модела не може се сазнати каква је природа грешке коју генеришу неки типични запречно-импулсни механизми, као на пример: котвене запречнице са и без повратног трзаја, хронометарска запречница или слободне запречнице каква је, рецимо, Швајцарска полужна. И треће, аутор врши компјутерску симулацију транзиције осцилатора (клатна) из нестационарног у ново квазистационарно стање, описује промену грешке запречнице нумерички и графиконима, али нити изводи, нити решава диференцијалну једначину те транзиције. Примедба да је Хојнг требало да реши поменути диференцијалну једначину сасвим је оправдана, бар за усвојене примере апстрактних запречница, не само зато што за њих постоје егзактна решења, већ и зато што је главна карактеристика његовог рада управо темељна математичка анализа поменуте проблематике. Тиме би његова студија постала и доследнија и потпунија. Рад групе аутора [19], посвећен еволуцији запречно-импулсних механизма кроз историју, презентира постепено

усавршавање конструктивних и динамичких карактеристика најпознатијих типова запречних. Управо грешку запречно-импулсних механизма аутори узимају као кључни критеријум за процену квалитета њихових својстава. Употребом одговарајућих дијаграма, рад квалитативно описује конструктивне и динамичке карактеристике запречних, са посебним освртом на грешке периода осциловања које оне генеришу. Оно што је главна карактеристика овог рада, а то је анализа физичке суштине грешке запречних, Ејријева и Хојнгова анализа једва да спомињу. Оно што радови Ејрија и Хојнга имају обилно, а то је математичка анализа, овом раду управо недостаје. Рад [19] је занимљив јер, уводећи појмове брадихронизма, изохронизма и тахихронизма, објашњава природу и знак грешке за углавном све познате типове запречно-импулсних механизма. Од радова који се баве експерименталним одређивањем грешке запречно-импулсног механизма потребно је да се помене и кратко продискутује рад Џорџа Фајнштајна (*George Feinstein*) [20]. У њему аутор презентује резултате експерименталног мерења грешке запречних и циркуларне грешке клатна, са циљем одређивања „идеалне локације” дејства импулса на клатно које врши пригушене и принудне осцилације. Најважнији резултат овог рада јесте потврда да се подешавањем фазног угла, смера и интензитета импулса запречних може неутралисати циркуларна грешка клатна. Интересантно је напоменути да је оно што је Фајнштајн открио својим савременим експериментима било познато још старим часовничарима, који су пре више од две стотине година утврдили да управо котвене запречних са повратним трзајем могу да, под посебним околностима, умање или чак маскирају, односно потпуно пониште циркуларну грешку клатна.

У домаћој литератури из области хорологије и механике сатова јединствена је и веома значајна докторска дисертација „Нелинеарна динамика сатних механизма”, Мише Стојићевића, једног од коаутора ове монографије. Централни део поменуте дисертација управо је посвећен динамици запречно-импулсних механизма и променама фреквенце осцилација сатних осцилатора које, у спреси са њима, запречних индукују. Применом пертурбационог рачуна, и то методе усредњавања по Кротову и Богољубову [18], као и методе двоструке размере времена [22], Стојићевић изводи изразе у општем облику, којима се могу одредити грешке свих типова запречно-импулсних механизма. Применом ових израза, аутор дисертације изводи оперативне формуле за грешке запречно-импулсних механизма са повратним трзајем, мирних и слободних запречних. Показује да изведене формуле могу бити примењене како за квазистационарне, тако

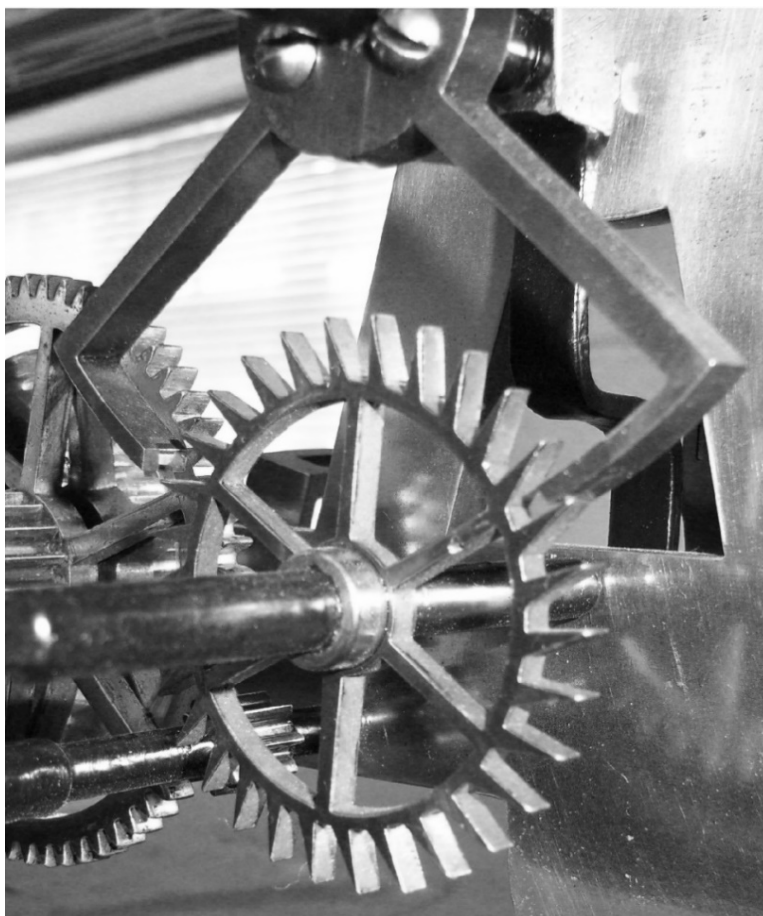
и за нестационарне осцилације сатних осцилатора. У дисертацији су презентирани и резултати компјутерских симулација рада запречнице са повратним трзајем и запречнице са импулсним моментом силе, који су показали висок степен слагања са резултатима добијеним теоријом пертурбационог рачуна. Изузев докторске дисертације [21], друге литературе на српском језику о динамици и грешкама запречно-импулсних механизма и нема. Аутори ове монографије нису је открили ни после дуготрајне претраге. Ако таква литература и постоји на српском језику, остала је сакривена заборавом и аутори ове монографије биће захвални свакоме ко је пронађе и од заборава спасе. Аутори овог научног есеја спремни су да такву литературу предано проучавају, јер управо механизми часовника, а посебно запречно-импулсни механизми, представљају драгоцену ризницу како теоријских, тако и практичних знања и вештина из целокупне механике.

Својим највећим и најзначајнијим делом, ова монографија посвећена је анализи поремећаја периода осциловања осцилатора часовника које изазивају запречно-импулсни механизми коришћењем теорије пертурбација, и то методом двоструке скале времена [22] и техником усредњавања по методи Крилова и Богољубова [18]. Намера је да се овај проблем обради не само употребом математичког формализма, већ и описом и разјашњавањем његове суштине. Сва теоријска разматрања конкретизоваће се кроз одабране примере анализа хоролошких карактеристика неких типичних запречно-импулсних механизма. Сагласно истакнутој намери, у овом научном есеју презентоваће се многи значајни резултати истраживања Мише Стојићевића, објављени у његовој докторској дисертацији „Нелинеарна динамика сатних механизма” [21], који је и један од аутора ове монографије. Колико је то у њиховој моћи, аутори монографије покушаће да у теорији грешака запречно-импулсних механизма потврде оно што је већ познато, разјасне нејасно и употпуне оно што је било недоречено.



2.2 Мирни запречно-импульсни механизми

Конструктивно решење раздвајања импулсне од запречне функције котвених запречно-импульсних механизма, можда најзначајније у читавој историји науке и вештине градње часовника, остварио је Томас Томпион (*Thomas Tompion*, 1639.–1713.), отац британске хорологије [26], и то према идеји математичара и астронома Ричарда Таунлија (*Richard Towneley*, 1629. – 1707.) 1675. године. Џорџ Грејем, Томпионов ученик и својевремени Велики Мајстор Уважене гилде часовничара у Лондону, усавршио је овај изум 1715. године и омогућио његову масовну примену [19], [21]. Реч је о тзв. мирним запречно-импульсним механизмима, чији је представник Грејемова мирна запречница [23], [24] приказана на сликама 2.1 и 2.5.

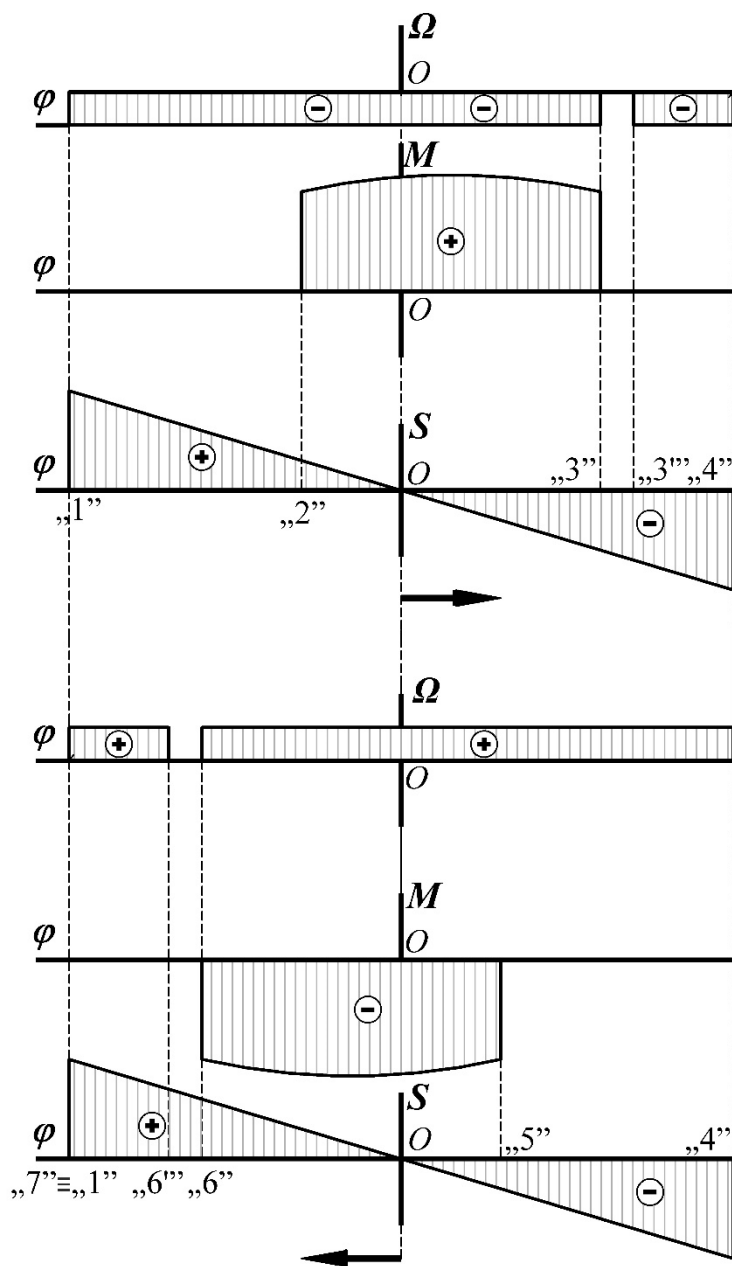


Слика 2.5 Грејемова мирна запречница

За разлику од котвене запречнице са повратним трзајем, у овом случају палете имају јасно раздвојене запречне од импулсних површина. Запречне површине су делови кружних цилиндара са осом која пролази тачком вешања котве. Ова конструктивна карактеристика анулира момент силе реакције запречне функције у односу на тачку вешања, чиме је потпуно елиминисан повратни трзај запречног точка. Импулсне површине су равне и подешене тако да преносе силу само у току непосредне транзиције клатна кроз равнотежни положај. На слици 2.6 дати су и дијаграми моментних интеракција на основу којих ће бити изведени закључци о хоролошким карактеристикама мирних запречница [21]. Ознаке за величине S , M , Ω и φ имају значење већ објашњено на претходним дијаграмима интеракција. Запречни точак обрће се у индиректном смеру. У првој полупериоди, при кретању клатна из левог амплитудног положаја „1”, ка равнотежном O , момент M делује само у фази „2”- O -, „3”, а у другој полупериоди, када се клатно креће из положаја „4” ка O , само у фази „5”- O -, „6”. У њима запречница врши импулсну функцију (контакт зуба запречног точка и импулсне површине палете), а у осталим запречну. Момент сила трења Ω присутан је готово непрекидно и усмерен увек супротно од смера ротације клатна. Уколико би била могућа савршено тачна израда и котве и запречног точка, дијаграми M и Ω били би симетрични у односу на равнотежни положај O , а запречно-импулсни механизам изохрон. Како би се, упркос неизбежним непрецизностима израде, обезбедило сигурно спрезање палета котве и запречног точка, неопходно је да се радијус цилиндричне запречне површине улазне палете смањи, а излазне повећа. Ова промена, иако тек незнатна, доводи до ефективног скраћења импулсне површине која се спреже са зубом запречног точка испред равнотежног положаја како на улазној, тако и на излазној палети котве [19].

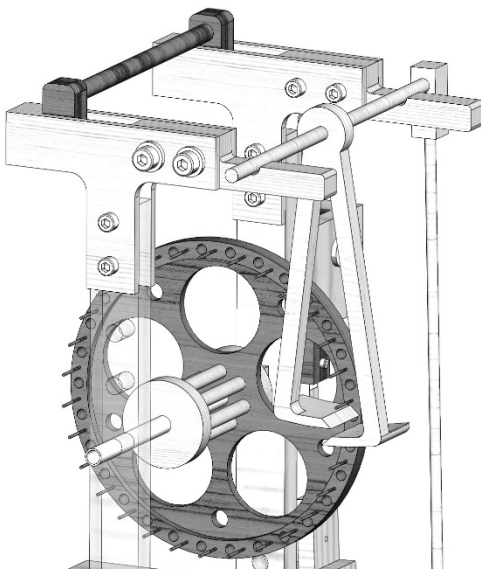
Описана алтерација геометрије има далекосежне последице на динамичке карактеристике мирних запречно-импулсног механизма. У првој полупериоди, дејство момента M краће је у фази „2”- O него у O -, „3”, а у другој полупериоди, M делује краће у фази „5”- O него у O -, „6”. Како је укупно истосмерно дејство момената M и S (у фазама „2”- O и „5”- O) краће у односу на узајамно супротно (у фазама O -, „3” и O -, „6”), настаје смањење интензитета момента реституције гравитационе силе, што последично изазива брадихрони ефекат на ход часовника. Слично важи и за момент сила трења Ω . Због конструктивног зазора између површина палета и зубаца точка, запречне функције не почињу активност одмах по окончању импулсних у тачкама „3” и „6”, већ у „3” и „6”.

Из наведеног разлога укупно истосмерно дејство момената Ω и S (у фазама O - „4” и O - „7” $\equiv$ „1”) краће је у односу на узајамно супротно (у фазама „1”- O и „4”- O).

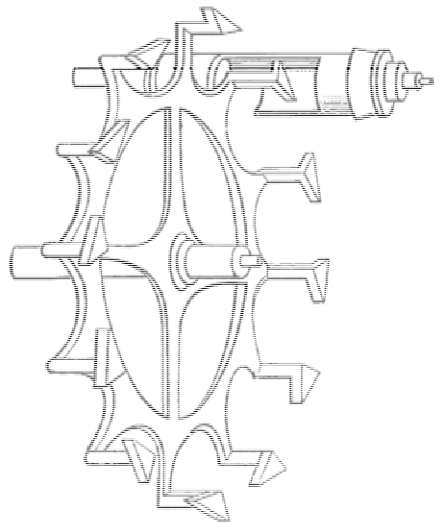


Слика 2.6 Дијаграми моментних интеракција мирних запречно-импулсних механизма

Дакле, оба момента, и M и Ω , делују интегрално брадихроно, што значи да повећање погонског момента изазива продужавање периода осциловања клатна и успоравање хода часовника. Истина, како је пораст погонске снаге увек у извесној мери компензован дисипацијом енергије настале истовременим порастом сила трења на палетама, амплитуда осциловања клатна може бити тек незнатно измењена. Насупрот томе, ако је погонски момент константан, брадихрони ефекат евентуалног пораста коефицијента трења увек је парцијално компензован спрегнутим тахихронизмом циркуларне грешке настале истовременим смањењем амплитуде осциловања! Овакво понашање је типично за мирне запречно-импулсне механизме.

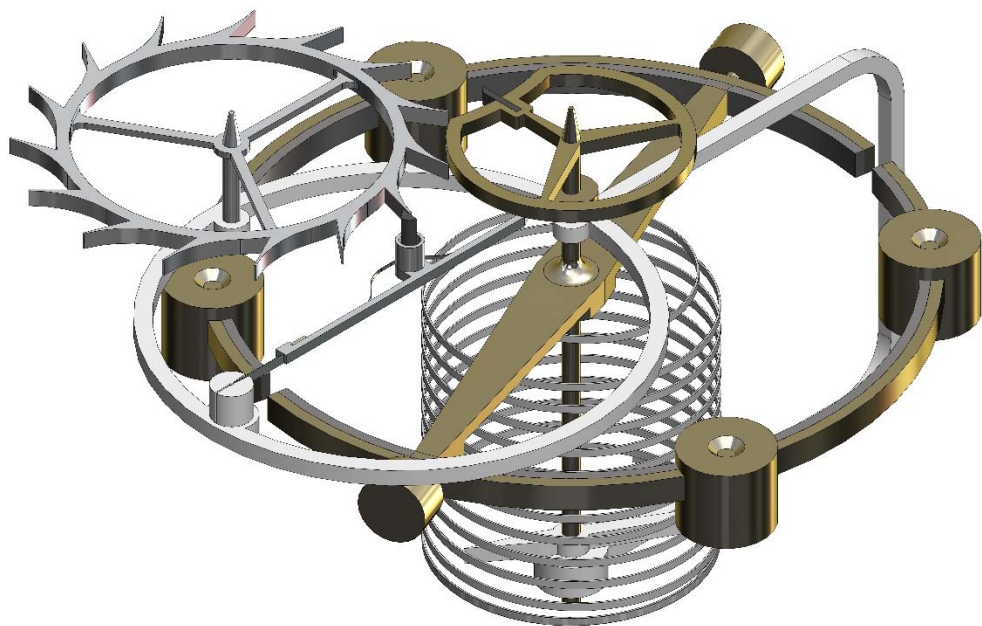


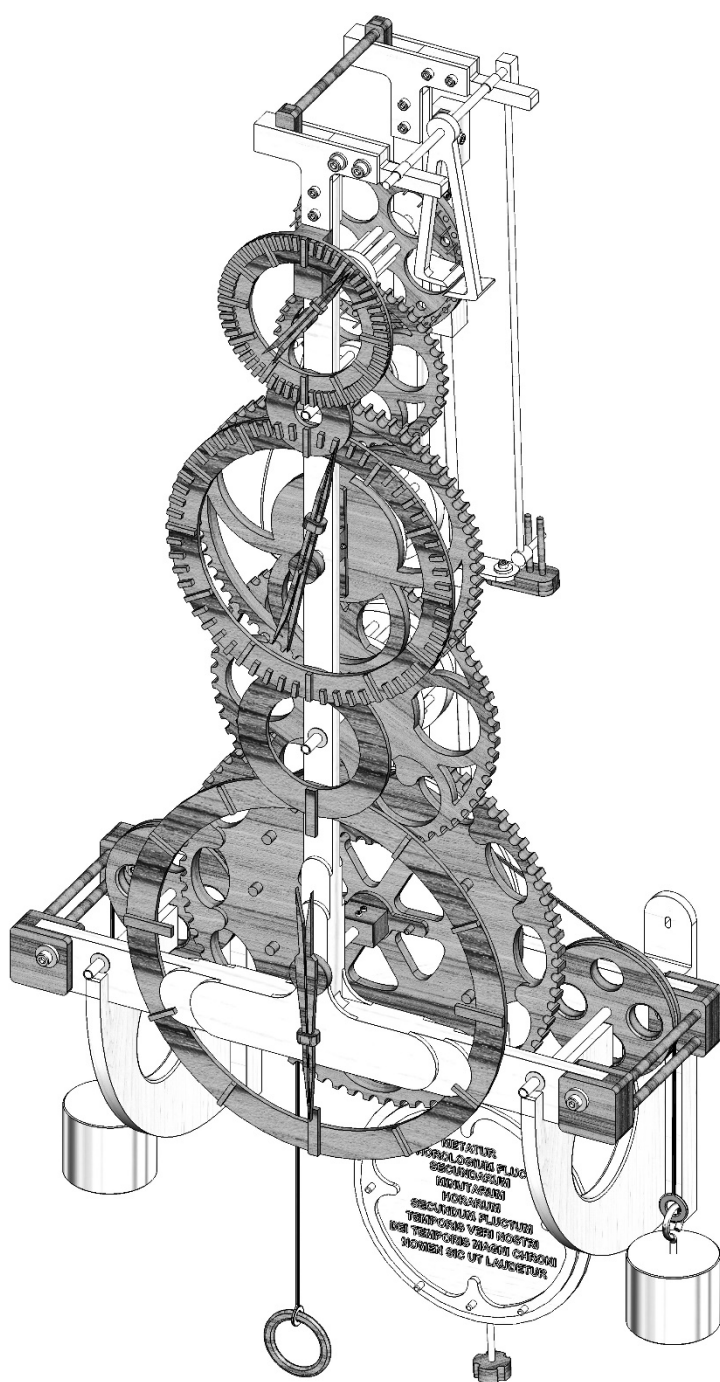
Слика 2.7 Лепоова мирна
запречница

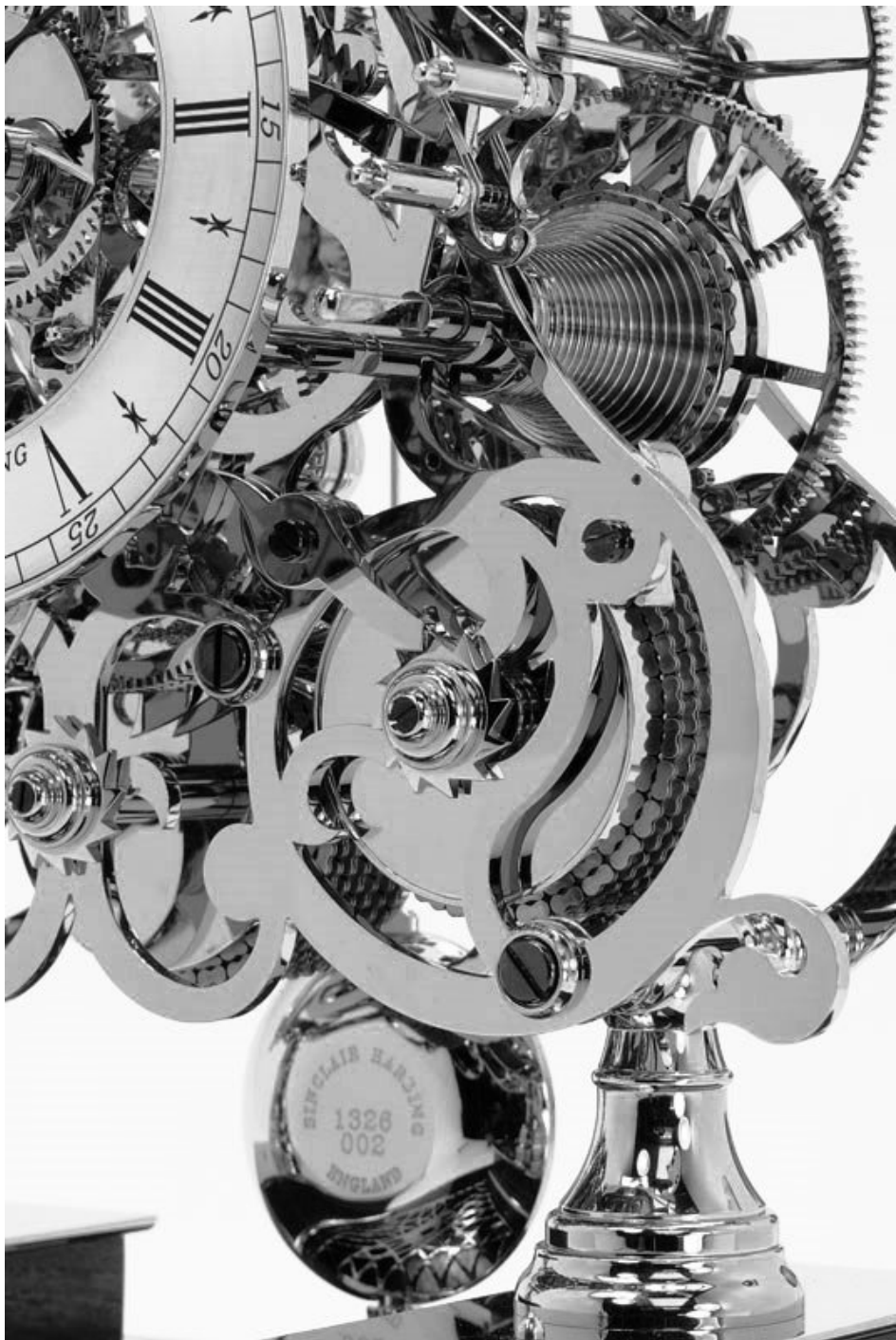


Слика 2.8 Томпионова
цилиндарска запречница

Осим управо анализираног Грејемовог мирног запречно-импулсног механизма са котвом, истој класи припадају и многе друге запречнице. Наводе се имена неких који се уграђују у стационарне (торањске и зидне) часовнике: Лепоова са игличастим зупцима (*Jean-André Lepaute* 1720.–1789.) (слика 2.7), Брокоова (*Achille Brocot*, 1817.–1878.), механизам са игличастим палетама [23] као и називе две мирне запречнице за ручне и цепне сатове: Томпионова цилиндарска (слика 2.8) [26] и Леројева (*Pierre Le Roy*, 1717.–1785.) дуплекс [19], [21], [23]. Сви они имају исте или веома сличне карактеристике, супериорне у односу на запречнице са повратним трзајем: импулсна функција, конструктивно и динамички







Глава 10 Референце

[1] Њутн, И. *Математички принципи природне философије*, Академска књига, Нови Сад, 2011.

[2] Clarke, S. *Complete transcription of the 1717 edition at The Newton Project - Leibniz-Clarke correspondence*, Cambridge: Fellow & Perne librarian, Peterhouse, 2011.
<http://www.newtonproject.sussex.ac.uk/catalogue/viewcat.php?id=THEM00224>

[3] Kant, I. *The Critique of Pure Reason*, Project Gutenberg. 2003.

[4] Аурелије, А. *Исповести*, Дерета, Београд, 2009.

[5] Einstein, A. *Relativity: The Special and General Theory*, Henry Holt and company, New York, 1920.
https://www.ibiblio.org/ebooks/Einstein/Einstein_Relativity.pdf

[6] Anthony, A. F. *Empires of Time - Calendars, Clocks and Cultures*, Tauris Parke Paperbacks, United Kingdom, 2000.

[7] Huygens, C. *Horologium Oscillatorium (The Pendulum Clock, or Geometrical demonstrations concerning the motion of pendula as applied to clocks)*, Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1986.

[8] Bennett, M., Schatz, M. F., Rockwood H., Wiesenfeld K. *Huygens's Clocks*. Proceedings: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, The Royal Society, 2002.

[9] Einstein, A. *On the Electrodynamics of Moving Bodies (Zur Elektrodynamik bewegter Körper)*, Annalen der Physik, Bern, 1905.

[10] Considine, G. D. *Process instruments and controls handbook*, University of Michigan, McGraw-Hill, 1985.

[11] Denison, E. B. *A Rudimentary Treatise on Clocks, Watches and Bells*, Project Gutenberg, London, 2006.
<https://www.gutenberg.org/files/17576/17576-pdf.pdf>

- [12] Du, R., Xie, L. *The Mechanics of Mechanical Watches and Clocks*, Springer, 2013.
- [13] Airy, G. B. *On the Disturbances of Pendulums and Balances, and on the Theory of Escapements*, Transactions of the Cambridge Philosophical Society, London, 1830.
http://www.besslerwheel.com/airy/Airy_on_Pendulums_and_Balance_Wheels.html .
- [14] Bennett, A. J. *George Biddell Airy and horology*. Annals of science. 1980.
- [15] Woodward, P. *Woodward on Time : A Compilation of Philip Woodward's Horological Writings*, Bill Taylor/British Horological Institute, Upton, England, 2006.
- [16] Rawlings, A. L. *The Science of Clocks & Watches*, British Horological Institute; Upton, England, 1993.
- [17] Hoyng, P. *Dynamics and performance of clock pendulums*, American Journal of Physics, AAPT, 2014.
- [18] Kryloff N. M., Bogoliubov N. N. *Introduction to Non-Linear Mechanics*, Princeton University Press, London, 1950.
- [19] Stoimenov, M., Popkonstantinović B., Miladinović Lj., Petrović D. *Evolution of Clock Escapement*, FME Transactions, 2012.
https://www.mas.bg.ac.rs/_media/istrazivanje/fme/vol40/1/03_mstoimenov.pdf.
- [20] Feinstein, G. *Impulsing the Pendulum: Escapement Error*. Bulletin of the National Association of Watch & Clock Collectors, Inc., 2006.
<http://www.nawcc-index.net/Articles/Feinstein-ImpulsingThePendulum.pdf>
- [21] Стојићевећ, М. *Докторска дисертација: Нелинеарна динамика сатних механизма*, Београд, 2018.
- [22] Murdock, J. A. *Perturbations: Theory and Methods*, Wiley-Interscience, New York, 1991.
- [23] Gazeley, W. J. *Clock & Watch Escapements*, Robert Hale, London, 2001.

- [24] Headrick, M.V. *Origin and evolution of the anchor clock escapement*, IEEE Control Systems Magazine. 2002.
- [25] Loomes, B. *The Concise Guide to British Clocks*, Barrie & Jenkins, London, 1992.
- [26] Symonds, W. R. *Thomas Tompion: his life and work*, Hamlyn Publishing Group Ltd., London, 1969.
- [27] Čučaković, A., Popkonstantinović, B. *Projekat i konstrukcija velikog vestminsterskog časovnika*, MoNGeometrija, Novi Sad, 2006.
- [28] Marinca, V., Herisanu, N. *Nonlinear Dynamical Systems in Engineering: Some Approximate Approaches*, Springer; 2011.
- [29] Младеновић, Н. С., Тришовић, Н. Р. *Динамика*, Машински факултет Универзитета у Београду, Београд, 2015.
- [30] Moulton, R. F. *An introduction to celestial mechanics*, TheClassics.us New York, 2013.
- [31] Bali, P., Manish Goyal, N. *A Textbook of Engineering Mathematics*, Laxmi Publications, Boston, 2010.
- [32] Bellman, R. *Perturbation Techniques in Mathematics, Engineering and Physics*, Dover Publications, New York 2003.
- [33] Pakdemirli, M., Yurtsever, H.A. *Estimating roots of polynomials using perturbation theory* Applied Mathematics and Computation, Elsevier. 2007.
- [34] Martínez-Carranza, J., Soto-Eguibar, F., Moya-Cessa, H. *Alternative analysis to perturbation theory in quantum mechanics*. The European Physical Journal, 2012.
- [35] Spillers, R. W. *Nonlinear Analysis Using Perturbation Methods and Classical Elasticity*, Elsevier. 1994.
- [36] King, S.C., Matcha, R. L. *Theory of the Chemical Bond*, JACS. 1976.
- [37] Gordov, E. P., Fazliev, A. Z. *Quantum electrodynamic perturbation theory based on electrodynamics with an external field*, Soviet Physics Journal, 1983.

- [38] Collins, P. D. B., Squires, E. J. *Perturbation theory and elementary particles* Springer Tracts in Modern Physics, Berlin, 2006.
- [39] Popkonstantinovic, B., Obradovic, R., Obradovic M., Jeli Z., Stojicevic M. *Geometrical and mechanical characteristics of deformed balance spring obtained by simulation study*, Simulation, 2016.
- [40] Xie, R., Xie, X. D., Long H. *Mechanics of Hairspring in Mechanical Watch Movement*, Applied Mechanics and Materials. 2012.
- [41] Вуковић, Ј., Обрадовић, А. *Линеарне осцилације механичких система*, Машински факултет, Београд, 2007.
- [42] Đurić, S. *Mehanika - dinamika i teorija oscilacija*, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1981.
- [43] Biderman, V. L. *Theory of mechanical vibration*, Vysshaya Shkola, Moscow, 1980.
- [44] Popkonstantinovic, B., Miladinovic Lj., Obradovic M., Stojicevic M. *Geometrical Characteristics and Solid Modeling of the Grasshopper Escapement Mechanism*, MonGeometrija, Vlasina, 2014.
- [45] Popkonstantinovic, B., Miladinovic, Lj., Jeli, Z., Stojicevic, M. *Event Based Motion Analysis of Escapement Mechanism 3D Model*, MonGeometrija, Vlasina, 2016.
- [46] Lucas, L. L., Unterweger, M. P. *Comprehensive Review and Critical Evaluation of the Half-Life of Tritium*. Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology. 2000.
- [47] Parry, L., Essen, J. V. L. *An Atomic Standard of Frequency and Time Interval: A Cesium Resonator*, Nature, International journal of science, 1955.
- [48] Gete, J. V. *Faust* Nova knjiga, Beograd, 2016.