

Декану Машинског факултета Универзитета у Београду

На основу члана 10. Правилника о минималним условима за стицање звања наставника на Универзитету у Београду, подносим

Извештај о раду редовног професора, за период 2016.-2021. година

1. Биографски подаци. Миодраг М. Спалевић је редовни професор на катедри за математику Машинског факултета у Београду. Шеф је катедре од 2010. године. На Машинском факултету у Београду ради од 2008. године по преласку са Природно-математичког факултета из Крагујевца. Додатно је ангажован да држи наставу из Нумеричке математике ученицима Прве Крагујевачке гимназије (пре) и Математичке гимназије у Београду (сада). Ангажован на докторским студијама Природно-математичког факултета у Крагујевцу у настави и као ментор више кандидата. Као спољни члан департмана за математику универзитета у Атини (Грчка) [National and Kapodistrian University of Athens] ангажован је на избору и промоцији факултетских наставника на научне позиције у областима Нумеричке анализе, Нумеричке теорије апроксимација и Нумеричке интеграције (квадратуре и кубатуре).

Миодраг Спалевић је ожењен (супруга Зора), има петоро деце (Немања, Стефан, Видана, Симона, Никола). По националности је Србин. Рођен је 6. јуна 1961. године у Пећи, на Косову и Метохији. У Пећи је завршио основну школу и гимназију са одличним успехом, као носилац Вукове и Аласове дипломе за математику. У 8. разреду основне школе остварио је значајне резултате на такмичењима из математике (1. место у Пећи, 1. место на КиМ, 5. место у старој СФРЈ на такмичењу „Наука младима“). Природно-математички факултет у Крагујевцу, смер за математику, уписао је 1981. године, а завршио као најбољи студент генерације у фебруару 1986. године. Те исте године је почео да ради као асистент-приправник на факултеу чију је диплому стекао. Магистрирао је на Филозофском факултету у Нишу 1994. године, а докторирао на Природно-математичком факултету у Крагујевцу 1997. године, у оба случаја под менторством професора Градимира Миловановића, данас редовног члана САНУ. Област магистарског рада и докторске дисертације је Нумеричка математика, специјално Нумеричка интеграција, квадратурне и кубатурне формуле. На Природно-математичком факултету у Крагујевцу је радио у звању доцента у периоду од 1998. до 2003. године и ванредног професора у периоду од 2003. до 2008. године, када је прешао на Машински факултет у Београду на коме је изабран у звање редовног професора, у којем и сада ради. Миодраг М. Спалевић је држао вежбе и предавања из многих предмета из математике и примењене математике (Геометрија, Алгебра, Комплексне функције, Диференцијалне једначине, Нумеричка анализа, Математика 1, 2, 3, Нумеричке методе, итд.) на свим нивоима студија. Поред наставе на Природно-математичком факултету у Крагујевцу и Машинском факултету у Београду, држао је вежбе и предавања и на Вишој техничкој школи у Крагујевцу, Машинским факултетима у Краљеву и Крагујевцу. Истраживачки рад проф. Спалевића у периоду по докторирању одликује интезивна научна сарадња са проф. Градимиром Миловановићем, која је настављена све до данашњих дана. Већи део резултата из тог периода односи се на квадратуре са вишеструким чворовима, њихову стабилну нумеричку конструкцију и оцену остатка, специјално за аналитичке интегранде. Резултати су објављени су у водећим међународним часописима у области примењене математике. У том периоду Спалевић је ментор 2 магистарска рада и једне докторске дисертације. Дисертацију је урадио др Мирослав Пранић, који је сада редовни професор на Природно-математичком факултету у Бањалуци, један од истакнутијих млађих математичара и истраживача Републике Српске. У периоду од кад је прешао на Машински факултет у Београду проф. Спалевић је руководио израдом 4 докторске дисертације млађих колега са катедре за математику (др Александра Пејчева, др Душана Ђукића, др Јелене Томановић, др Раде Мутавцић Ђукић). Треба истаћи да су Душан Ђукић и Александар Пејчев истакнути Српски такмичари из математике, освајачи златних, сребрних и бронзаних медаља са међународних математичких олимпијада, данас вође наших младих средњошколских тимова на међународним такмичењима из математике, као и студентских екипа на такмичењима у региону. Овој групи треба додати и младу колегиницу Љубицу Милић, која заједно са својим ментором Пејчевим, интезивно сарађује са проф. Спалевићем. Тако да ова група младих и талентованих истраживача и научника, формирана под менторством проф. Спалевића и на бази истраживања научних резултата чије је темеље поставио проф. Спалевић, представља школу проф. Спалевића. Са колегом Пејчевим Спалевић је објавио серију радова, о ригорозним оценама остатка квадратурних формула када интегранд је аналитичка функција на конфокалним елипсама које садрже коначни интервал интеграције, у престижним

научним часописима из примењене математике. То је тематика коју је 2000-тих детаљно почео да изучава проф. Спалевић, на почетку заједно са проф. Миловановићем, у коју је касније укључен колега Пранић, а последњих година је најинтезивније истраживана од Спалевића и Пејчева, са повременим укључивањем Душана Ђукића, Раде Мутавџић Ђукић, Љубице Мухић. У последње време истраживањима се прикључио и проф. Рамон Ориве са универзитета Ла Лагуна (Тенерифе, Канарска острва, Шпанија), који је водећи истраживач на његовој катедри и са којим проф. Спалевић има интезивну научну сарадњу у последњем периоду, са намером да се она прошири и на млађе Спалевићеве сараднике, за које су планиране дуже посете универзитету Ла Лагуна у наредном периоду. Један детаљан преглед добијених резултата у последњих 20-так година из ове тематике објавио је недавно проф. Спалевић са својим млађим истраживачима у *Electron. Trans. Numer. Anal.* 53 (2020) 352-382. Проф. Спалевић од 2012. године започиње научну сарадњу са проф. Бернардом Јсерном са Политехничког универзитета у Мадриду и некако у исто време са проф. Лотаром Рејхелом са државног универзитета у Кенту (Охајо, САД). Обојица су светски цењени научници у области којом се бави Спалевић. Спалевић успева да у сарадњи са Јсерном објави један рад, у познатом часопису *Numerische Mathematik* (Springer, 2018), у којем уводе и анализирају класе Patterson-ових квадратурних формула, а ових дана су објавили у *J. Comput. Appl. Math.* (Elsevier) рад у којем је предложен нумерички стабилан поступак за стабилну конструкцију ових формула. Нажалост ова сарадња је остала на линији Јсерн-Спалевић, без укључивања млађих истраживача. Рејхел је један од водећих научника данашњице у нумеричкој математици. Спалевић има изузетно плодну сарадњу са Рејхелом у последње време, укључени су млађи истраживачи Ђукић, Душан и Рада, те Јелена Томановић из Спалевићеве школе, и студенти докторских студија проф. Рејхела у Кенту (САД), Т. Tang, N. Eshghi и Н. Alqahtani. Сва ова сарадња је базирана на истраживањима оптималних усредњених гаусовских квадратурних формула, чију конструкцију је решио Спалевић у свом *Math. Comput.* (AMS, 2007) раду, а чија је још ефективнија варијанта (са мањим бројем рачунских операција) објављена скорије у *Appl. Numer. Math.* (Elsevier, 2021) у заједничком раду Рејхела и Спалевића. Једини недостатак ових квадратура у односу на најпознатије квадратуре Гауса могао би бити да оне нису увек интерналне. Ова проблематика је третирана у неколико радова објављених у престижним часописима за примењену математику, у том истраживању је дошао посебно до изражаја таленат Душана Ђукића (носиоца златне медање са математичке олимпијаде) за решавање неједнакости. Спалевић је био истраживач на 2 научна пројекта Министарства науке Р. Србије, био је руководиоца 2 пројекта, један је 174002 "Методe нумеричке и нелинеарне анализе са применама" (2011-2019), и истраживач А1, највишег ранга у Српским научним пројектима у периоду 2002.- 2019. године. Био је учесник у истраживањима на 2 инострана научна пројекта, један је Spanish government scientific project "Difference Equations and Constructive Approximation: Theory and Applications" (2015-2017) [Technical University of Madrid. Number: MTM2014-54053-P].

2. Квантитативни показатељи. Спалевић је објавио 2 поглавља у монографијама (Springer). Објавио је 4 уџбеника за студенте и једну збирку задатака. Објавио је **78** научних радова, од тога **60** у часописима са СЦИ листе, међу којима је гро са категоријама М21 и М21а. Од објављених радова 17 су **самостални** радови кандидата, међу којима је **9** са СЦИ листе. Број цитата по Google Scholar-у је 639, h-index је 14. По подацима Универзитетске библиотеке „Светозар Марковић“ у Београду, број цитата је 133; h-index на основу базе WoS је 9, а на основу базе Scopus је 11.

Листа резултата кандидата за период 2016.-2021. година

2.1. Радови у научним часописима:

Радови у међународним часописима изузетне вредности (М21а)

- [1] A.V. Pejčev, **M.M. Spalević**, The error bounds of Gauss-Radau quadrature formulae with Bernstein-Szego weight functions, **Numer. Math.**, 133 (2016) 177--201. [IF(2016)=2.152; M21a]
- [2] B. de la Calle Ysern, **M.M. Spalević**, Modified Stieltjes polynomials and Gauss-Kronrod quadrature rules, **Numer. Math.**, 138 (2018) 1--35. [IF(2017)=2.370; M21a]
- [3] D.Lj. Djukić, A.V. Pejčev, **M.M. Spalević**, The error bounds of Gauss-Kronrod quadrature formulae with Bernstein-Szego weight functions, **Numer. Algor.**, 77 (2018) 1003--1028. [IF(2018)=2.417; M21a]
- [4] G.V. Milovanović, R. Orive, **M.M. Spalević**, Quadratures with multiple nodes for Fourier-Chebyshev coefficients, **IMA J. Numer. Anal.**, 39:1 (2019) 271--296. [IF(2018)=2.397; M21a]
- [5] **M.M. Spalević**, A note on generalized averaged Gaussian formulas for a class of weight functions, **Numer. Algor.**, 85 (2020) 977--993. DOI: 10.1007/s11075-019-00848-x [IF(2018)=2.417; M21a]
- [6] R. Orive, A.V. Pejčev, **M.M. Spalević**, The error bounds of Gauss quadrature formula for the modified weight functions of Chebyshev type, **Appl. Math. Comput.**, 369 (2020) 124806, 1--22. DOI: 10.1016/j.amc.2019.124806 [IF(2019)=3.472; M21a]

Радови у међународним часописима изузетне вредности (M21)

- [7] **M.M. Spalević**, A.S. Cvetković, Estimating the error of Gaussian quadratures with simple and multiple nodes by using their extensions with multiple nodes, **BIT Numerical Mathematics**, 56 (2016) 357--374. [IF(2016)=1.670; M21]
- [8] L. Reichel, **M.M. Spalević**, T. Tang, Generalized averaged Gaussian quadrature rules for the approximation of matrix functionals, **BIT Numerical Mathematics**, 56 (2016) 1045--1067. [IF(2016)=1.670; M21]
- [9] D.Lj. Djukić, L. Reichel, **M.M. Spalević**, Truncated generalized averaged Gauss quadrature rules, **J. Comput. Appl. Math.**, 308 (2016) 408--418. [IF(2016)=1.357; M21]
- [10] **M.M. Spalević**, On generalized averaged Gaussian formulas. II, **Math. Comp.**, 86 (2017) 1877--1885. [IF(2017)=1.750; M21]
- [11] R.M. Mutavdžić, A.V. Pejčev, **M.M. Spalević**, Error bounds for Kronrod extension of generalizations of Micchelli-Rivlin quadrature formula for analytic functions, **Electron. Trans. Numer. Anal.**, 50 (2018) 20--35. [IF(2018)=1.475; M21]
- [12] A.V. Pejčev, **M.M. Spalević**, Error bounds of a quadrature formula with multiple nodes for the Fourier-Chebyshev coefficients for analytic functions, **Sci. China Math.**, 62 (2019) 1657--1668. [IF(2018)=1.031; M21]
- [13] D.Lj. Djukić, L. Reichel, **M.M. Spalević**, J.D. Tomanović, Internality of generalized averaged Gaussian quadrature rules and their truncated variants for modified Chebyshev measures of the second kind, **J. Comput. Appl. Math.**, 345 (2019) 70--85. [IF(2019)=2.037; M21]
- [14] G.V. Milovanović, M.S. Pranić, **M.M. Spalević**, Quadrature with multiple nodes, power orthogonality, and moment-preserving spline approximation, part II, **Appl. Anal. Discrete Math.**, 13 (2019) 1--27. [IF(2019)=1.500; M21] [Pregledni članak]
- [15] D.Lj. Djukić, L. Reichel, **M.M. Spalević**, Internality of generalized averaged Gaussian quadratures and their truncated variants for measures induced by Chebyshev polynomials, **Appl. Numer. Math.**, 142 (2019) 190--205. [IF(2019)=1.979; M21]
- [16] R.M. Mutavdžić, A.V. Pejčev, **M.M. Spalević**, The error bounds of Gauss-Lobatto quadrature for weight functions of Bernstein-Szegő type, **Appl. Anal. Discrete Math.**, 13 (2019), 733--745. [IF(2019)=1.500; M21]
- [17] T.M. Rassias, **M.M. Spalević**, Gradimir Milovanović -- A Master in Approximation and Computation, part I, **Appl. Anal. Discrete Math.**, 13 (2019) 643--648. [IF(2019)=1.500; M21]
- [18] D.Lj. Djukić, R.M. Mutavdžić Djukić, A.V. Pejčev, **M.M. Spalević**, Error estimates of Gaussian type quadrature formulae for analytic functions on ellipses - a survey of recent results, **Electron. Trans. Numer. Anal.**, 53 (2020) 352--382. [IF(2018)=1.475; M21]
- [19] R. Orive, J.C. Santos-Leon, **M.M. Spalević**, Cubature formulae for the Gaussian weight. Some old and new rules., **Electron. Trans. Numer. Anal.**, 53 (2020) 426--438. [IF(2018)=1.475; M21]
- [20] T.M. Rassias, **M.M. Spalević**, Gradimir Milovanović -- A Master in Approximation and Computation, part II, **Appl. Anal. Discrete Math.**, 14 (2020) 528--559. [IF(2019)=1.500; M21]
- [21] L. Reichel, **M.M. Spalević**, A new representation of generalized averaged Gauss quadrature rules, **Appl. Numer. Math.**, 165 (2021) 614--619. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apnum.2020.11.016> [IF(2019)=1.979; M21]
- [22] D.Lj. Djukić, R.M. Mutavdžić Djukić, L. Reichel, **M.M. Spalević**, Internality of generalized averaged quadrature rules and truncated variants for modified Chebyshev measures of the first kind, **J. Comput. Appl. Math.**, 398 (2021) 113696, 1--11. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cam.2021.113696>. [IF(2020)=2.621; M21]
- [23] B. de la Calle Ysern, **M.M. Spalević**, On the computation of Patterson-type quadrature rules, **J. Comput. Appl. Math.**, 403C (2022) 113850, 1--15. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cam.2021.113850> [IF(2020)=2.621; M21]

Радови у истакнутим међународним часописима (M22)

- [24] Lj.V. Mihić, A.V. Pejčev, **M.M. Spalević**, Error bounds for Gauss-Lobatto quadrature formula with multiple end points with Chebyshev weight function of the third and the fourth kind, **Filomat**, 30:1 (2016) 231--239. [IF(2016)=0.695; M22]
- [25] D.Lj. Djukić, L. Reichel, **M.M. Spalević**, J.D. Tomanović, Internality of the averaged Gaussian quadratures and their truncated variants with Bernstein-Szegő weight functions, **Electron. Trans. Numer. Anal.**, 45 (2016) 405--419. [IF(2016)=0.925; M22]
- [26] N. Eshghi, L. Reichel, **M.M. Spalević**, Enhanced matrix function approximation, **Electron. Trans. Numer. Anal.**, 47 (2017) 197--205. [IF(2017)=1.138; M22]

- [27] D. Jandrić, **M.M. Spalević**, J.D. Tomanović, Error estimates for certain cubature formulae, **Filomat**, 32:20 (2018) 6893–6902. [IF(2018)=0.789; M22]
- [28] Lj.V. Mihić, A.V. Pejčev, **M.M. Spalević**, Error estimations of Turan formulas with Gori-Micchelli and generalized Chebyshev weight functions, **Filomat**, 32:20 (2018) 6927–6936. [IF(2018)=0.789; M22]
- [29] L. Reichel, **M.M. Spalević**, J. Tomanović, Rational averaged Gauss quadrature rules., **Filomat**, 34(2) (2020) 379–389. [IF(2019)=0.848; M22]

2.2. Списак уводних предавања

- [1] The Mediterranean International Conference of Pure&Applied Mathematics and Related Areas, October 26 -- 29, 2018, Antalya, Turkey – Предавање по позиву.
- [2] 6th (May 21-22, 2016) Mathematical Conference of Republic of Srpska, Trebinje or Pale, Bosnia and Herzegovina – Уводно предавање за секцију из примењене математике.
- [3] Семинарска предавања по позиву на универзитетима La Laguna, Tenerife, Шпанија, и Kent State University (Ohio, USA) .

2.3. Књиге за студенте

- [1] **M.M. Spalević**, I.D. Arandelović, D. Doder, A.V. Pejčev, D.Lj. Djukić, J.D. Tomanović, Diferencijalne jednačine, 2017. MF. Beograd. [Уџбеник за студенте.]

3. Квалитативни показатељи кандидата. Спалевић је своје магистарски рад и докторску дисертацију урадио под руководством проф. Градимира В. Миловановића, сада редовног члана САНУ.

Спалевић је истраживач највишег А1 ранга свих протеклих година од 2002. године, од кад је на пројектима које финансира Влада Р. Србије уведено рангирање. Награђен је од Министарства науке и заштите животне средине Р. Србије за постигнуте резултате у истраживању за године 2002. и 2003. Добитник је престижне награде Задужбине „Веселин Лучић“ за најбоље научно достигнуће појединца у години 2012/2013. на Београдском универзитету.

Спалевић је био технички уредник научног часописа *Kragujevac Journal of Mathematics* (2000-2006); Секретар и члан редакције *Kragujevac Journal of Science* (2000-2007); Главни уредник *Kragujevac Journal of Mathematics* (2006-2008); уредник је у *Journal of Pure and Applied Mathematics: Advances and Applications (Allahabad (INDIA))*; уредник је у *Electronic Transactions on Numerical Analysis - ETNA (Kent State University, USA)* (2018-); гостујући уредник је у *FILOMAT* (2018), *AADM* (2019); уредник је у *FILOMAT* (2018-); уредник је у *Publications de L'Institut Mathematique (Beograd)* (2019-).

Спалевић је објавио **60** радова у међународним часописима са СЦИ листе, највећим делом у категоријама М21, М21а, од тога **9** самосталних. Истичемо од њих часописе водеће у области примењене математике *SIAM J. Numer. Anal.* (**1** самостални рад), *Mathematics of Computation (AMS)* (**6** радова, од тога **3** самостална), *Numerische Mathematik (Springer)* (**2** рада), *IMA Journal on Numerical Analysis (Oxford University Press)* (**3** рада), *Journal of Computational and Applied Mathematics (Elsevier)* (**15** радова, од тога **2** самостална), *Applied Mathematics and Computation (Elsevier)* (**3** рада), *Applied Numerical Mathematics (Elsevier)* (**3** рада), *BIT Numerical Mathematics (Springer)* (**3** рада), *Numerical Algorithms (Springer)* (**3** рада, од тога **2** самостална), *Electron. Trans. Numer. Anal. ETNA (Kent State University, USA)* (**6** радова), *Calcolo (Springer)* (**1** рад), *ANZIAM J.* (**2** рада, од тога **1** самостални), итд.

Спалевић је ангажован као рецензент научних радова у познатим часописима за математику и примењену математику: *SIAM Review*, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, *Mathematics of Computation (AMS)*, *IMA Journal on Numerical Analysis (Oxford University Press)*, *Numerische Mathematik (Springer)*, *Journal of Computational and Applied Mathematics (Elsevier)*, *Computer Physics Communications*, *Applied Numerical Mathematics (Elsevier)*, *Mathematical Problems in Engineering*, *Journal of the Franklin Institute*, *Applied Mathematics and Computation (Elsevier)*, *ETNA Electronic Transactions on Numerical Analysis (Kent State University, USA)*, *Numerical Functional Analysis and Optimization*, *Linear Algebra and its Applications (Elsevier)*, *BIT Numerical Mathematics (Springer)*, *Numerical Algorithms (Springer)*, *Appl. Anal. Discrete Math*, *FILOMAT*, *Journal of Ineq. and Appl. Mathematik*, *Mathematics*, итд.

Спалевић је учествовао више од **35** пута на конференцијама и конгресима у Србији, старој Југославији, Европи, до сада. Наводимо део учешћа: Potenza, Italy (1996); Leuven, Belgium ICCAM (2000, 2002, 2004, 2006 (2 излагања), 2010); Ghent, Belgium ICCAM (2008, 2012); Mataruška Banja, Serbia (1998); Cluj-Napoca, Romania (2002) – **плeнaрнo пpeдaвaњe**; Copenhagen, Denmark (2003); Kragujevac, Serbia, PRIM (2006) – **плeнaрнo пpeдaвaњe**; Linz, Austria, CAOTA (2011) – **пpeдaвaњe пo пoзивy**; S. Margherita di Pula, Sardinia, Italy, Scientific Computing (2011); An International Symposium on Orthogonality, Quadrature and Related Topics OrthoQuad 2014, Puerto de la Cruz, Tenerife, Spain, January 20-24, 2014; The 3rd (June 7-8, 2013), 4th (June 6-7, 2014), 5th (June 5-6, 2015 - **уводно предавање са**

секцију „Примењена математика“) and 6th (May 21-22, 2016 - уводно предавање са секцију „Примењена математика“) Mathematical Conference of Republic of Srpska, Trebinje or Pale, Bosnia and Herzegovina; ACTA 2017: Approximation and Computation - Theory and Applications. Dedicated to Professor Walter Gautschi on the Occasion of his 90th Anniversary. Belgrade (Serbia), November 30 -- December 2, 2017.; SMAK -- 14th Serbian Mathematical Congress, May 16--19, 2018, Kragujevac, Serbia; MICOPAM 2018: The Mediterranean International Conference of Pure&Applied Mathematics and Related Areas, October 26 - 29, 2018, Antalya, Turkey (Dedicated to Professor Gradimir V. Milovanović on the Occasion of his 70th Anniversary) – **предавање по позиву**; Scientific conference dedicated to the 70th birthday of academician Gradimir V. Milovanović, November 13, 2018, SASA, Belgrade, Serbia – **плeнарно предавање**; Recent Advances in Scientific Computation, Santa Margherita di Pula, Italy, May 27-29, 2019 (Organizing of Minisymposium ``Gauss-type Quadrature Rules: Theory and Applications", with Miroslav Pranić); The 9th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM 2019), Valencia, Spain, July, 15-19, 2019 (Organizing of Minisymposium ``Orthogonal polynomials and quadrature: Theory, computation, and applications" with L. Reichel and M. Pranić); итд.

Спалевић је организовао неколико научних скупова, наводимо оне из релевантног периода:

1. ACTA 2017: *Approximation and Computation - Theory and Applications. Dedicated to Professor Walter Gautschi on the Occasion of his 90th Anniversary*. Belgrade (Serbia), November 30 - December 2, 2017.
2. Conference CTOA2018 (Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade, May 29, 2018)

Спалевић је био члан научних одбора на неколико конференција:

ACTA 2017: *Approximation and Computation - Theory and Applications. Belgrade (Serbia), November 30 - December 2, 2017.*; MICOPAM 2018: *The Mediterranean International Conference of Pure&Applied Mathematics and Related Areas, October 26 - 29, 2018, Antalya, Turkey; Kragujevac, Serbia, The 6th (May 21-22, 2016) Mathematical Conference of Republic of Srpska, Trebinje or Pale, Bosnia and Herzegovina*; итд.

Спалевић је боравио више пута на иностраним научним институцијама, наводимо оне из релевантног периода:

- Universidad Politécnica de Madrid (Spain) [September, 2016];
- Universidad Politécnica de Madrid (Spain) [September, 2017];
- University of La Laguna, Tenerife (Spain) [March, 2018] (Одржао семинар наставном особљу);
- Kent State University, Department of Mathematical Sciences, Kent (Ohio, USA) [December, 2019] (Одржао семинар наставном особљу и студентима докторских студија).

Спалевић је био члан Матичног одбора за математику, информатику и механику при Српском министарству науке, у 2 наврата (1999-2000; 2010–2016).

4. Одјек научних резултата деловања кандидата у Србији и у свету. Сва истраживања Спалевића су на главном току теорија којима се бавио. У прво време научног рада бавио се теоријом квадратурних формула са вишеструким чворовима, настављајући, заједно са Миловановићем и млађим колегама, истраживања која су започели у овој области 50-тих година прошлог века румунски математичари Поповићу и Станку, бугарски Чакалов, мађарски Туран, и Италијанска школа предвођена Осифинијем и Гизетијем. Заједно са познатим кинеским математичарем Yingguang Shi-јем, Спалевић и Миловановић дају виталан допринос овој теорији дуги низ година, решавајући питање нумерички стабилне конструкције (са колегом А.С. Цветковићем) као и питања оцено остатка у овом типу квадратурних формула, са млађим сарадницима. Посебно треба истаћи значај Спалевићевих истраживања у последњем периоду када се посветио конструкцији алтернатива Гаус-Кронродових квадратурних формула („квaдратура 20. века“), квадратура Patterson-на и посебно оптималних гаусовских усредњених (OGAG) квадратурних формула. Чини се да је допринос Спалевића прогресу у овој теорији виталан, посебно у конструктивном делу и једноставној практичној примени. Ове усредњене квадратурне формуле, као и придружене анти-Гаусове квадратурне формуле, и њихова конструкција, Patterson-ове квадратуре, њихово истраживање, имају значајан утицај на ову теорију (теорија Гаусових и Кронродових квадратура) и примене у свим сегментима науке и инжењерства, статистике, образовања, итд., тако да у многим ситуацијама ми можемо уместо најчувеније Гаусове квадратуре да користимо Спалевићеву (OGAG) квадратурну формулу. За очекивати је да изучавања усредњених гаусовских квадратурних формула, као и оних које је увео Лори, постану саставни део стандардних предавања, барем на курсевима докторских студија на студијама које се баве нумеричком интеграцијом. Овде, ми наводимо примену ових формула која је описана у недавно публикованим радовима:

■ Коришћење оптималних генерализованих усредњених гаусовских квадратурних (OGAG) формула за практичну оцену грешке у стандардној Гаусовој квадратурној формули. OGAG квадратуре су

настале у својој првој пројекцији баш да послуже као адекватна алтернатива Гаус-Кронродових квадратурних формула. Тај свој циљ су потпуно испуниле и признато им је у недавним радовима и истраживањима да могу да служе као замена за Гаус-Кронродове квадратуре.

■ Нумеричка конструкција одговарајућих формула на јединичном кругу; видети С. Jagels, L. Reichel, T. Tang, *Generalized averaged Szegő quadrature rules*. **J. Comput. Appl. Math.** **311** (2017).

■ Нумеричка конструкција блок генерализација одговарајућих формула. Њихово коришћење за апроксимацију извесних матричних функција/функционала; видети Eshghi, Reichel, **Spalević**, *Enhanced matrix function approximation*. **Electron. Trans. Numer. Anal.** **47** (2017); Reichel, Rodriguez, Tang, *New block quadrature rules for the approximation of matrix function*, **Linear Algebra Appl.** **502** (2016); Reichel, **Spalević**, Tang, *Generalized averaged Gauss quadrature rules for the approximation of matrix functionals*, **BIT Numer. Math.** **56** (2016).

■ Примене на теорију електронских мрежа, наиме блок квадратурне формуле овог типа су примењене за анализу својстава великих електронских мрежа; индиректних (*Email, Autobahn, Internet, Facebook*, итд.) и директних (*Airlines, Air500, Twitter, Wikipedia, Vfem*, итд.); видети Reichel, Rodriguez, Tang, *New block quadrature rules for the approximation of matrix function*. **Linear Algebra Appl.** **502** (2016)].

■ Проблем оцене трага матрице $f(A)$, који се јавља у многим апликацијама анализе **електронских мрежа и машинског учења**, био је недавно размотрен у раду Jagels, Jbilou, Reichel, *The extended global Lanczos method, Gauss-Radau quadrature, and matrix function approximation*, **J. Comput. Appl. Math.** **381** (2021) 113027. Метод који може бити искоришћен да се израчунају оцене грешке је описан у поменутом раду. Како је истакнуто тамо, техника коју користе базирана на Спалевићевим резултатима за његове формуле за оценоу грешке у Гаусовим квадратурним формулама.

■ Нова структура чувајућег Lanczos алгоритма за апроксимацију оптичког апсорпционог спектра у контексту решавања пуне Bethe-Salpeter једначине без Tamm-Dancoff апроксимације била је предложена у раду 6 истраживача Berkely (USA) универзитета: Shao, da Jornada, Lin, Yang, Deslippe, and Louie, *A structure preserving Lanczos algorithm for computing the optical absorption spectrum*, **SIAM J. Matrix Anal. Appl.** **39** (2018). Нови алгоритам на структури чувања Lanczos-ове процедуре, која користи специјалну блок структуру Bethe-Salpeter Hamiltonian матрица, је предложен. Недавно развијена техника Спалевићевих OGAG (оптималних генерализованих усредњених Гаусовских) формула се користи да се убрза конвергенција.

Потенцијал за даље екстензије истраживања лежи у генерализацији оптималних усредњених гаусовских квадратурних формула и придружених анти-Гаус квадратура, кад год Гаусове квадратуре су конструисане, не само на реалном сегменту. Ми већ налазимо у поменутој недавној литератури такву врсту резултата, као у случају блок типа ових формула.

Коначно, наведимо да се у скорије објављеном чланку Jagels, Jbilou, Reichel, *The extended global Lanczos method, Gauss-Radau quadrature, and matrix function approximation*, **J. Comput. Appl. Math.** **381** (2021) 113027 користе фразе попут: "This technique has been developed by Spalević..."; "The matrices that arise in **Spalević's approach**..."; "We first examine the Lanczos case, $i=0$, developed by Spalević..."; "We refer to the polynomials... as **Spalević polynomials**."; "We denote the **Laurent-Spalević polynomials**..."; "**Spalević-Laurent quadrature**", итд.

У Београду, 13.01.2022. године

Редовни проф. Машинског факултета

Проф. др Миодраг Спалевић